

2023-2024 学年上海市长宁区延安中学八年级（上）期中

数学试卷

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 下列根式中，与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{8a}$ B. $\sqrt{\frac{3}{a}}$ C. $\sqrt{a^2}$ D. $\sqrt{4a^3}$

2. 下列关于 x 的方程中，一定是一元二次方程的是（ ）

- A. $(x-3)(x+4) = x^2 - x$ B. $x^2 - \frac{1}{x} + 2 = 0$
C. $ax^2 - x + 2 = 0$ D. $|a|x^2 - bx + c = -x^2$

3. 下列函数， y 随 x 增大而增大的是（ ）

- A. $y = \frac{x}{2}$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = -2x$ D. $y = -\frac{2}{x}$

4. 下列关于 x 的一元二次方程，一定有两个不相等的实数根的是（ ）

- A. $x^2 + kx - 1 = 0$ B. $x^2 + kx + 1 = 0$ C. $x^2 + x - k = 0$ D. $x^2 + x + k = 0$

5. 下列从左到右的变形不一定正确的是（ ）

- A. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{ab}$ B. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
C. $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$ D. $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{|a|}$

6. 平面直角坐标系内有两点 $A(-2,1)$ 、 $B(3,1)$ ，如果正比例函数 $y = kx$ 的图象与线段 AB 有交点，那么 k 的取值范围是（ ）

- A. $-2 \leq k \leq 3$ B. $k \leq -2$ 或 $k \geq 3$
C. $-\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{3}$ D. $k \leq -\frac{1}{2}$ 或 $k \geq \frac{1}{3}$

二、填空题（每题 3 分，共 36 分）

7. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域是 _____.

8. 写出 $\sqrt{a-2b}$ 的一个有理化因式_____.

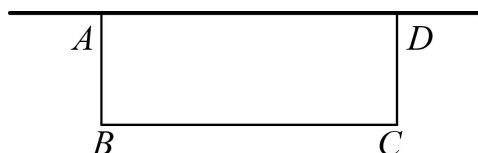
9. 已知反比例函数 $y = \frac{2k-3}{x}$ 的图像位于第二、四象限，则 k 的取值范围是_____.

10. 化简： $\sqrt{18a^5b} =$ _____.

11. 方程 $\sqrt{5}x^2 = x$ 的根为 _____.
12. 已知点 $A(2, -3)$ 与点 $B(t-1, t-2)$ 在同一条经过原点的直线上, 那么 t 的值为 _____.
13. 在实数范围内因式分解: $a^2 - 3ab - b^2 =$ _____.
14. 比较大小: $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ _____ $\sqrt{13} - \sqrt{11}$. (填 “<”、“>” 或 “=”)
15. 已知关于 x 的方程 $(x-3m)(x+m+3)=0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为 _____.
16. 某型号的手机原来每台售价 800 元, 经过两次降价, 且每次降价的百分率相同, 现在每台售价为 578 元, 则每次降价的百分率是 _____.
17. 定义: 如果两个一元二次方程分别有两个实数根, 且至少有一个公共根, 那么称这两个方程互为“联根方程”. 已知关于 x 的两个一元二次方程 $x^2 - (2+a)x + 2a = 0$ 和 $(a-1)x^2 - a^2x - a + 2 = 0$ 互为联根方程, 那么 a 的值为 _____.
18. 点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图象上一点, 连接 OA , 并将线段 OA 绕点 A 旋转 90° , 此时点 O 的对应点 B 恰也落在这个反比例函数图象上, 已知点 A 的横坐标为 4, 那么 k 的值为 _____.

三、解答题 (6+12+6+6+6+8+8 分 = 52 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{\frac{7}{2}} \div \sqrt{1\frac{5}{9}} - \sqrt{18}$.
20. (1) 解方程: $(x-1)^2 = 9(2x+5)^2$;
- (2) 用配方法解方程: $3x^2 - 6x + 1 = 0$.
21. 当 $a = \frac{2}{3}$, 化简代数式 $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + \sqrt{\frac{a^2+1}{a}} - 2$, 并求值.
22. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 - \sqrt{2k-1}x + 3-k = 0$ 的根的判别式为 27, 求 k 的值和方程的根.
23. 如图, 学校准备用 40 米长的铁栅栏, 靠一面 26 米长的墙围一个占地面为长方形的生态实验园, 铁栅栏围三边, 如果生态实验园的占地面积为 150 平方米, 那么长方形相邻两边的长分别是多少米?



24. 小李在一网上购物平台购物, 恰逢周年庆, 平台推出优惠活动, 如图广告所示:

三重惊喜!!!

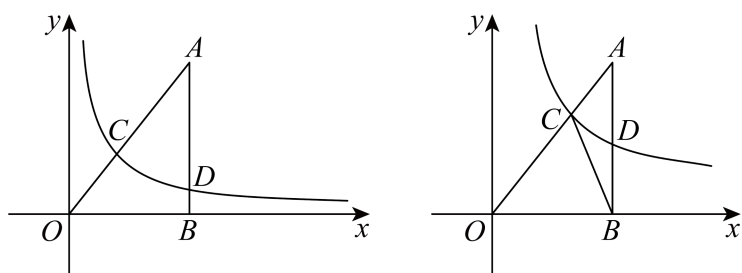
◇免运费!

◇全部商品七折

◇购物金额 (折后) 满 56 元减 10 元

- (1) 请写出小李的实付金额 y (元) 关于购物的商品总价 x (元) 的函数解析式及其定义域;
- (2) 小李和好朋友小于拼单购物, 小李和小于所购商品的总价分别为 60 元和 40 元, 那么小李和小于应如何分配实付金额? 请写出你的理由.

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, 直角顶点 B 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ ($n > 0$) 的图象分别与边 AO 、边 AB 交于点 C 、 D .



- (1) 如果点 C 的坐标为 $(2, 3)$, 且 $AD = 8$, 求 n 的值及点 B 的坐标;
- (2) 连结 CB , 如果 $AD = DB$, 求 $S_{\triangle OAB} : S_{\triangle OCB}$ 的值.