

2025 学年第一学期八年级数学学科第一次阶段练习

(考试时间 90 分钟 满分 150 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

- 下列各选项中, $\sqrt{a^2 - b^2}$ 的有理化因式是 ()
A. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$ B. $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2}$ D. $\sqrt{a^2 - b^2}$
- 下列各组二次根式中, 是同类二次根式的是 ()
A. $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ 和 $\sqrt{72}$ B. $\sqrt{12}$ 和 $b\sqrt{18}$ C. $-\sqrt{8x}$ 和 $\sqrt{x^5}$ D. $\sqrt{xy}$ 和 $\sqrt{x^4 y^3}$
- 已知 $(n^2 - 4)y^2 + (n - 2)y - 2 = 0$ 是关于 y 的一元二次方程, 则 n 满足的条件是 ()
A. $n = \pm 2$ B. $n \neq \pm 2$ C. $n \neq -2$ D. $n \neq 2$
- 下列说法中正确的有 () 个.
①无理数与无理数的积一定是无理数 ②无理数与无理数的和可能是有理数.
③无理数一定带根号 ④ $\sqrt{216}$ 是无理数 ⑤无理数包括正无理数、0 和负无理数
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若 $(\sqrt{2} - 1)a + \sqrt{8}b = -2$, 则 a 、 b 的值为 ()
A. $a = 2, b = 1$ B. $a = -2, b = -1$ C. $a = 2, b = -1$ D. $a = -2, b = 1$
- 已知数轴上有 A 、 B 两点, 分别表示的数为 $-2\sqrt{3}$ 和 -1 , 若点 C 和点 B 关于点 A 对称, 则点 C 表示的数为 ()
A. $1 + 4\sqrt{3}$ B. $-1 - 4\sqrt{3}$ C. $1 - 4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3} - 1$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

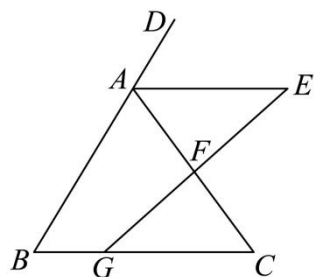
- -125 的立方根是 ____.
- $\sqrt{196}$ 的算术平方根为_____.
- 用科学记数法表示的数 3.724×10^{-8} , 其小数点与左起第一个非零数字之间有_____个 0.
- $\sqrt{\frac{3}{x-3}}$ 有意义的条件是_____.
- 比较大小: $\frac{\sqrt{3}}{3}$ _____ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (请填 $>$ 、 $<$ 或 $=$).

12. 不等式 $\sqrt{2x+1} > \sqrt{3x}$ 的解集是_____.

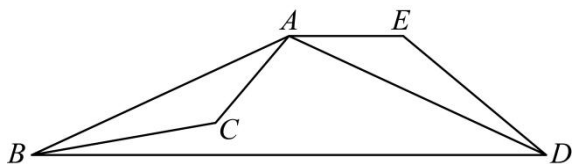
13. 已知 $\sqrt[3]{13} \approx 2.35$, 那么 $\sqrt[3]{-0.013} \approx$ _____.

14. 化简: $\sqrt{\frac{xy}{x^2}} (x < 0) =$ _____.

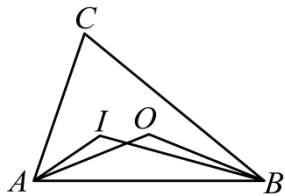
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 在线段 AB 的反向延长线上, 过 AC 的中点 F 作线段 OE 交 $\angle DAC$ 的平分线于 E 、交 BC 于 G , 且 $AE \parallel BC$, 如果 $AE = 8$, $AB = 10$, $GC = 2BG$, 那么 $\triangle ABC$ 的周长是_____.



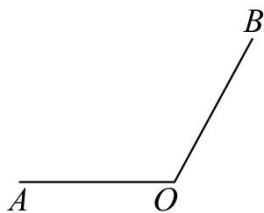
16. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 且 $AE \parallel BD$, $\angle BAD = 130^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是_____°.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, I 是三角形三条角平分线的交点, O 是三边垂直平分线的交点, 连接 AI , BI , AO , BO , 若 $\angle AOB = 140^\circ$, 则 $\angle AIB$ 的度数是_____°.



18. 如图, 已知 $\angle AOB = 120^\circ$, 在平面内取一点 C , 满足 $\angle AOC = \alpha^\circ$ ($120 < \alpha < 180$), 以 OC 为边作等边 $\triangle COD$ (OD 在 OC 的逆时针 60° 方向上), 作 OM 平分 $\angle BOC$, $\angle DOM$ 的度数是_____°.(用含 α 的代数式表示)



三、解答题: (19-22 题各 10 分, 23-24 题各 12 分, 25 题 14 分, 共 78 分)

19. 计算:

$$(1) \left(\sqrt{24} + \sqrt{0.5} \right) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6} \right)$$

$$(2) \frac{2}{b} \sqrt{ab^2} \times \left(-\frac{3}{2} \sqrt{a^3b} \right) \div 3 \sqrt{\frac{b}{a}} \quad (a > 0, b > 0)$$

20. 解方程:

$$(1) 2x^2 - 18 = 0;$$

$$(2) (x+2)^2 = 2x+4.$$

21. 已知若 $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 求 $a^2 - 5ab + b^2$ 的值.

22. 小明回家完成王老师布置的数学作业, 如下: 用计算器计算

$$\textcircled{1} \sqrt{9^2 + 19}; \quad \textcircled{2} \sqrt{99^2 + 199}; \quad \textcircled{3} \sqrt{999^2 + 1999}; \quad \textcircled{4} \sqrt{9999^2 + 19999}.$$

小明身边没有计算器, 而直接计算很复杂, 通过思考后, 他发现可以按如下解法去完成:

$$\sqrt{9^2 + 19} = \sqrt{9^2 + 2 \times 9 + 1} = \sqrt{(9+1)^2} = \sqrt{10^2} = 10,$$

$$\sqrt{99^2 + 199} = \sqrt{99^2 + 2 \times 99 + 1} = \sqrt{(99+1)^2} = \sqrt{100^2} = 100,$$

$$\sqrt{999^2 + 1999} = \sqrt{999^2 + 2 \times 999 + 1} = \sqrt{(999+1)^2} = \sqrt{1000^2} = 1000,$$

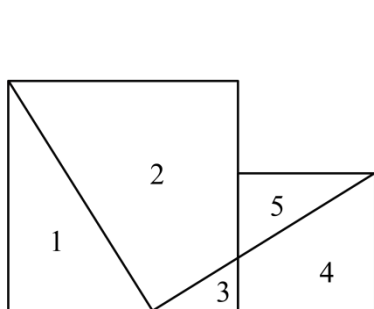


图1

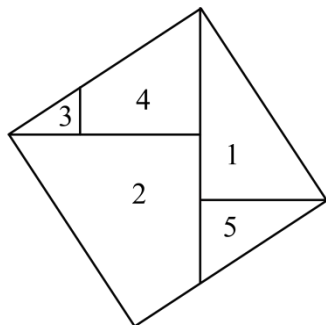


图2

(1) 观察上述解法, 直接写出结果: $\sqrt{9999^2 + 19999} =$ _____;

(2) 试用小明的方法求解出 $\sqrt{49^2 + 99}$ 的结果;

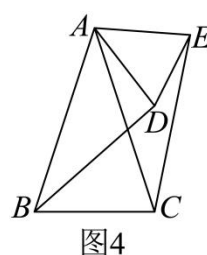
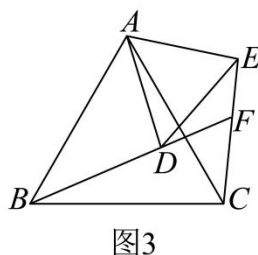
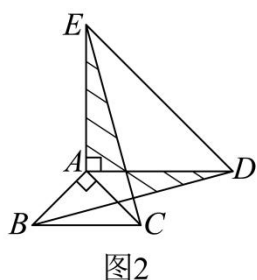
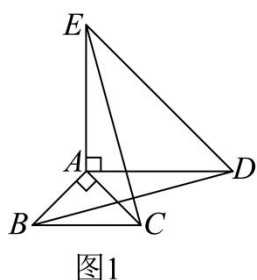
(3) 根据上面解题方法解决下面的数学问题: 如图, 已知图 1 是边长为 756 和 $\sqrt{1513}$ 的两个正方形, 图 2 是由图 1 通过切割后拼成的一个大正方形, 请求出大正方形的边长.

23. (1) 如图 1, ABC 和 ADE 是等腰直角三角形, $AB < AD$, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 连接 BD ,

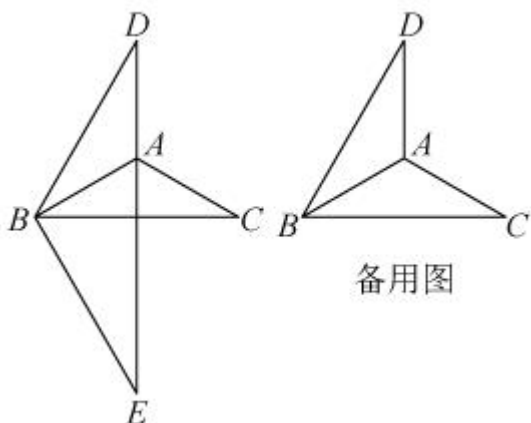
CE ，构建“手拉手”模型，可证明 $BD =$ _____；在此基础上，我们把如图 2 的画斜线部分称为“蝴蝶型”，可通过证明得到 $BD \perp$ _____；

(2) 如图 3， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形， $AD < AB$ ，连接 BD ， CE ， BD 的延长线与 CE 相交于点 F ．求 $\angle BFC$ 的度数；

(3) 如图 4，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $AD < AB$ ， $\angle BAC = \angle DAE = 40^\circ$ ，连接 BD ， CE ．则直线 BD 与直线 CE 的夹角为 _____ 度．



24. 定义：一个内角等于另一个内角两倍的三角形，叫做“倍角三角形”．



(1) 下列三角形一定是“倍角三角形”的有 _____ (只填写序号)．

①顶角是 30° 的等腰三角形；

②等腰直角三角形；

③有一个角是 30° 的直角三角形．

(2) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC \geq 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿边 AB 所在的直线翻折 180° 得到 $\triangle ABD$ ，延长 DA 到点 E ，连接 BE ．

①若 $BC = BE$ ，求证： $\triangle ABE$ 是“倍角三角形”；

②点 P 在线段 AE 上，连接 BP ．若 $\angle C = 30^\circ$ ， BP 分 $\triangle ABE$ 所得的两三角形中，一个是等腰三角形，一个是“倍角三角形”，请直接写出 $\angle E$ 的度数．

25. 【初步探索】

(1) 如图 1: 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD, \angle B = \angle ADC = 90^\circ$, E, F 分别是 BC, CD 上的点, 且 $EF = BE + FD$, 探究图中 $\angle BAE$ 、 $\angle FAD$ 、 $\angle EAF$ 之间的数量关系. 小王同学探究此问题的方法是: 延长 FD 到点 G , 使 $DG = BE$, 连接 AG , 先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$, 再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$, 可得出结论, 他的结论应是_____;

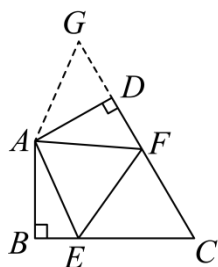


图1

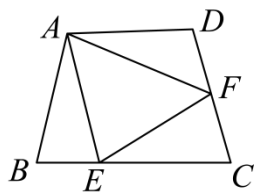


图2

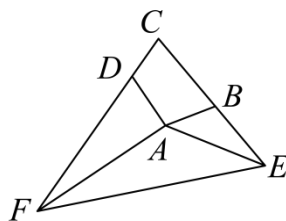


图3

【灵活运用】

(2) 如图 2, 若在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD, \angle B + \angle D = 180^\circ$, E, F 分别是 BC, CD 上的点, 且 $EF = BE + FD$, 上述结论是否仍然成立, 并说明理由;

【拓展延伸】

(3) 如图 3, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, AB = AD$, 点 E 在 CB 的延长线上, 点 F 在 CD 的延长线上, 如图 3 所示, 仍然满足 $EF = BE + FD$, 请写出 $\angle EAF$ 与 $\angle DAB$ 的数量关系, 并给出证明过程.