

## 2025 学年第一学期八年级数学学科阶段测试

### 一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列各数:  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 、 $-\sqrt[3]{9}$ 、 $\frac{13}{17}$ 、 $-\pi$ 、 $\sqrt[3]{-8}$ 、 $-0.1010010001$ , 其中无理数有 ( )
- A. 2 个                      B. 3 个                      C. 4 个                      D. 5 个
2. 下列方程中, 是关于  $x$  的一元二次方程的是 ( )
- A.  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a$ 、 $b$ 、 $c$  是实数)                      B.  $(x+1)(x+4) = (x-2)^2$
- C.  $x^2 + \frac{1}{x} - 3 = 0$                       D.  $\sqrt{3}x^2 - 9x = 0$
3. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ( )
- A.  $\sqrt{12}$  与  $\sqrt{18}$                       B.  $\sqrt{\frac{16}{3}}$  与  $\sqrt{\frac{2}{3}}$
- C.  $\sqrt{0.5}$  与  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{32x^3}$  与  $\sqrt{2x}$
4. 电影《志愿军》不仅讲述了中国人民志愿军抗美援朝的故事, 更是通过鲜活生动的人物塑造, 让观众体会到历史事件背后的人性和情感, 一上映就获得全国人民的追捧. 某地第一天票房约 3 亿元, 若以后每天票房按相同的增长率增长, 三天后票房收入累计达 18 亿元, 若把增长率记作  $x$ , 则方程可以列为 ( )
- A.  $3(1+x) = 18$                       B.  $3(1+x)^2 = 18$
- C.  $3 + 3(1+x)^2 = 18$                       D.  $3 + 3(1+x) + 3(1+x)^2 = 18$
5. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三角形三边的长, 则关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + 2(b-c)x + a = 0$  的实数根的情况是 ( )
- A. 有两个相等的实数根                      B. 有两个不相等的实数根;
- C. 没有实数根                      D. 无法确定
6. 设  $x$ 、 $y$ 、 $z$  是两两不等的实数, 且满足下列等式:  $\sqrt{x^3(y-x)^3} + \sqrt{x^3(z-x)^3} = \sqrt{y-x} - \sqrt{x-z}$ , 则  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  的值是 ( )
- A. 0                      B. 1                      C. 3                      D. 条件不足, 无法计算

### 二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 16 的平方根是\_\_\_\_\_.

8. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $\frac{\sqrt{x+2}}{x-5}$  在实数范围内有意义.

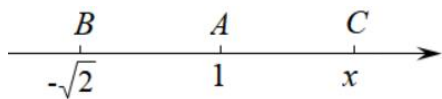
9. 等式  $\sqrt{(x-2)(3-x)} = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{3-x}$  成立的条件是 \_\_\_\_\_.

10. 比较大小 (用 “>”、“<”、“=” 连接):  $-3\sqrt{3}$  \_\_\_\_\_  $-\sqrt{28}$ .

11. 方程  $2x^2 = x$  的解为 \_\_\_\_\_.

12. 化简:  $\sqrt{32a^3b} (b < 0) =$  \_\_\_\_\_.

13. 在如图所示的数轴上, 点  $B$  与点  $C$  到点  $A$  的距离相等,  $A$ 、 $B$  两点对应的实数分别是  $1$ ,  $-\sqrt{2}$ , 则点  $C$  对应的实数是 \_\_\_\_\_.



14. 不等式:  $2\sqrt{2}x+1 > 3x$  的解集为 \_\_\_\_\_.

15. 在实数范围内因式分解:  $2x^2 - 5x + 1 =$  \_\_\_\_\_

16. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + 2m = 0$  有两个不相等的实数根  $x_1$ 、 $x_2$ . 若  $x_1 - 2x_2 = 6$ , 则实数  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

17. 有若干支球队参加篮球比赛, 共比赛了 45 场, 每两队之间都比赛一场, 则有 \_\_\_\_\_ 支球队.

18. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  为互不相等的实数, 且满足  $(a^2 - c^2)(a^2 - d^2) = \frac{8}{27}$ ,  $(b^2 - c^2)(b^2 - d^2) = \frac{8}{27}$ , 则  $\sqrt[3]{(a^2b^2 - c^2d^2)} =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题 (每题 5 分, 共 30 分)

19. 计算题

(1)  $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + 6\sqrt{0.75} - (\sqrt{2}-\sqrt{3})^0$ ;

(2)  $\sqrt[3]{\frac{12}{y^3}} \div \left( \frac{1}{2}\sqrt{\frac{xy}{3}} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}} \right)$ .

20. 解方程

(1)  $(3x + \sqrt{5})^2 - 18 = 0$

(2)  $\frac{3}{2}y \left( \frac{1}{3}y - \frac{8}{3} \right) = 3y - 12$

(3) 用配方法解方程  $2x^2 - 3x - 6 = 0$ .

(4)  $2x^2 - mx - n^2 = 0$  ( $m, n$  为常数);

#### 四、解答题 (21-22 每题 6 分, 23-24 每题 7 分, 25 题 8 分, 共 34 分)

21. 已知  $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} - x} + 8$ , 求  $\frac{x-4y}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}} - \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \div \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}\right)$  的值.

22. 已知一元二次方程  $(a-3)x^2 - 4x + 2 = 0$ .

(1) 若方程的一个根为  $x = -1$ , 求  $a$  的值;

(2) 若方程有实数根, 求满足条件的正整数  $a$  的值.

23. 某建筑工程队, 计划在工地一边的靠墙处 (利用墙, 墙长 100 米), 用 170 米长的建筑材料围成一个长方形仓库,

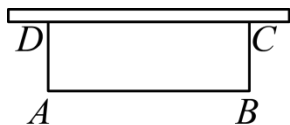


图1

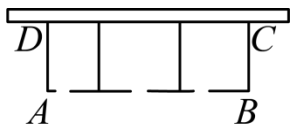


图2

(1) 如果长方形仓库 (如图 1) 占地面积为 1500 平方米, 求与墙垂直的边  $AD$  的长;

(2) 为了便于分类存放和搬运货物, 现决定改变计划, 用原有建筑材料建造并分割出三个小仓库, 并在与墙平行的边  $AB$  上, 每个仓库预留出 1 个长度为 2 米的门 (如图 2), 长方形  $ABCD$  面积扩大到 2000 平方米, 若能, 求与墙垂直的边  $AD$  的长; 若不能, 请说明理由.

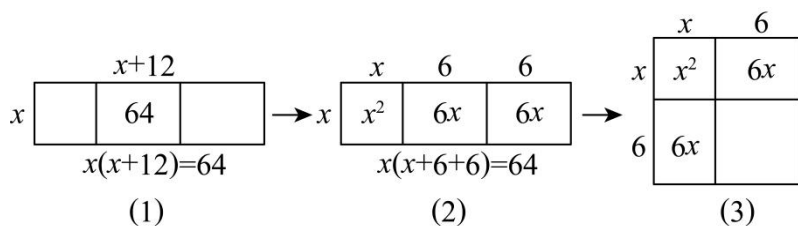
24. 已知  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $4kx^2 - 4kx + k + 1 = 0$  的两个实数根.

(1) 求  $k$  的取值范围;

(2) 若实数  $k$  为整数, 且满足  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  的值也为整数, 求  $k$  的值.

25. 数学史上, 曾有数学家利用几何法求解一元二次方程. 下面, 以  $x^2 + 12x = 64$  的求解为例, 说明用几何法解一元二次方程的过程:

分析: 由于  $x^2 + 12x = 64$ , 因此  $x(12+x) = 64$ . 如图 (1) 所示分别以  $x$  和  $x+12$  为两边构造一个长方形, 面积为 64. 如图 (2) 所示再把该长方形分割成一个面积是  $x^2$  的小正方形和两个面积是  $6x$  的小长方形, 将分割后的图形重新拼接成图 (3) 所示的图形, 则图 (3) 的阴影部分是边长为 6 的小正方形, 面积为 36.



通过以上图形变化上将一个面积为 64 的长方形和一个面积为 36 的小正方形切拼成了一个面积为  $64 + 36 = 100$ ，且边长是  $x + 6$  的正方形.

显然该正方形的边长为 10，故  $x + 6 = 10$ ，得  $x = 4$ .

注：用几何法求解一元二次方程时，只能得到正数根.

请根据上述材料解决以下问题：

(1) 用几何方法求方程  $x^2 + 4x = 32$  的正数根. 具体过程如下：

①仿照图 (1) (2) (3) 在如图所示的区域内画出图形，并标出相应的线段长度



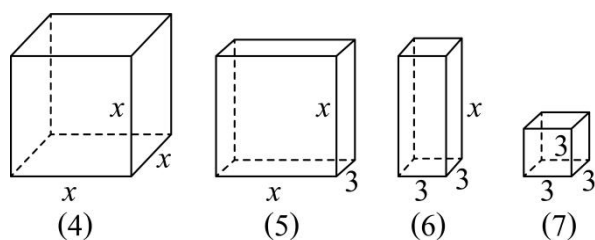
②根据①中所画图形求出方程  $x^2 + 4x = 32$  的正数根. (填空)

通过以上图形变化上将一个面积为 32 的长方形和四个面积为\_\_\_\_\_的小正方形切拼成了一个面积为\_\_\_\_\_, 且边长是\_\_\_\_\_的正方形.

显然该正方形的边长为\_\_\_\_\_, 故\_\_\_\_\_, 得  $x =$ \_\_\_\_\_.

(2) 根据探究材料，我们尝试用“立体图形的组合”求特殊的一元三次方程的正根. 例如，求方程

$x^3 + 9x^2 + 27x = 973$  的正数根.



类比平面图形的研究，可将此问题转化成拼正方体来求解，现准备以下规格的立体图形：

需要准备图 (4) 中的几何体\_\_\_\_\_块；需要准备图 (5) 中的几何体\_\_\_\_\_块；

需要准备图 (6) 中的几何体\_\_\_\_\_块；需要准备图 (7) 中的几何体\_\_\_\_\_块.

请直接写出方程  $x^3 + 9x^2 + 27x = 973$  的一个正数根；  $x =$ \_\_\_\_\_.