

2025 学年第一学期期中阶段练习

八年级数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题

1. 下列各数: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 、 $-\sqrt[3]{9}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\sqrt[3]{-8}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}}$, 其中无理数有 ()
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
2. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式 ()
- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{3}{25}}$ C. $\sqrt{0.3}$ D. $\sqrt{\frac{1}{27}}$
3. 关于 x 的方程 $(a+1)x^{a^2+1}-3x-1=0$ 是一元二次方程, 则 a 的值是 ()
- A. $a=\pm 1$ B. $a=-1$ C. $a=1$ D. $a=0$
4. 已知 $a>0$, 那么 $\sqrt{\frac{-a}{b}}$ 可化简为 ()
- A. $b\sqrt{-ab}$ B. $-\frac{1}{b}\sqrt{ab}$ C. $-\frac{1}{b}\sqrt{-ab}$ D. $\frac{1}{b}\sqrt{-ab}$
5. 某工厂七月份的产值是 100 万元, 计划第三季度共创产值 484 万元. 若每个月产值的增长率相同, 并设这个增长率为 x , 则下列方程中正确的是 ()
- A. $100(1+x)^2=484$ B. $100(1+x)^3=484$
- C. $(1+x)+100(1+x)^2=484$ D. $100[1+(1+x)+(1+x)^2]=484$
6. 若 $a+|a|=0$, 则 $\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-1)^2}$ 的值是 ()
- A. 2 B. $-2a$ C. 2 或 $-2a$ D. $2a$

二、填空题

7. 实数 $\sqrt{9}$ 的平方根是_____.
8. 若 $\sqrt{20}$ 与最简二次根式 $\frac{1}{3}\sqrt{3-m}$ 是同类二次根式, 则 m 的值为_____.
9. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+2x+1=0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.
10. $5+\sqrt{5}$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 则 $b^2-3ab-a^2=$ _____.
11. 已知: x, y 满足关系 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$, 则 y^x 的立方根是_____.

12. 若 $\sqrt[3]{a} = 2.29$, $\sqrt[3]{ab} = 229$, 则 b 的值为_____.

13. 已知 $(x^2 + y^2 + 1)(x^2 + y^2 + 2) = 6$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为_____.

14. 若 a 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根, 则代数式 $2025 + a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值是_____.

15. 二次三项式在实数范围内因式分解: $2x^2 - 3xy - y^2 =$ _____.

16. 已知 ABC 为等腰三角形, 它的两条边的长度分别是方程 $2x^2 - 7x + 5 = 0$ 的两个根, 那么该三角形的周长是_____.

17. 不等式 $x - 1 > \sqrt{2}x$ 的解集是_____.

18. 对于实数 a, b , 定义 $\min[a, b]$ 的含义为: 当 $a < b$ 时, $\min[a, b] = a$, 当 $a > b$ 时, $\min[a, b] = b$,

例如: $\min[1, -2] = -2$, 已知 $\min[\sqrt{15}, x] = x$, $\min[\sqrt{15}, y] = \sqrt{15}$, 且 x 和 y 为两个连续正整数, 则 $x - y$ 的值为_____.

三、计算题

19. 计算:

$$(1) \sqrt{18} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{32}$$

$$(2) 6\sqrt{ab^3} \div \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \times \sqrt{\frac{a^2}{b}} \quad (a > 0, b > 0)$$

$$(3) \left(\sqrt{24} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \times \sqrt{3} - (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}).$$

20. 化简求值: 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{2}-1}, b = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, 求 $\left[\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - (\sqrt{b}-\sqrt{a})\right] \cdot (\sqrt{a}+\sqrt{b})$ 的值.

21. 用适当的方法解下列一元二次方程.

$$(1) 2x^2 + 3x - 1 = 0 \quad (\text{配方法})$$

$$(2) (x-10)(x-3) = 8$$

$$(3) 3(x-1)^2 = x^2 - 1$$

四、解答题

22. (1) 已知 $5a+2$ 的立方根是 3, $3a+b-1$ 的算术平方根是 4, c 是 $\sqrt{13}$ 的整数部分, 求 $3a-b+c$ 的平

方根.

(2) 一个正数 x 的平方根分别是 $2a-5$ 和 $2a+1$, 求正数 x .

23. 像 $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$, $\sqrt{\sqrt{48}-\sqrt{45}}$, 这样的根式叫做复合二次根式. 有一些复合二次根式可以借助构造完全平方式进行化简, 如:

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \times 1 + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1 \text{ 再如:}$$

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3+2\sqrt{6}+2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

请用上述方法探索并解决下列问题:

(1) 化简: $\sqrt{10+2\sqrt{21}}$;

(2) 化简: $\sqrt{14-8\sqrt{3}}$;

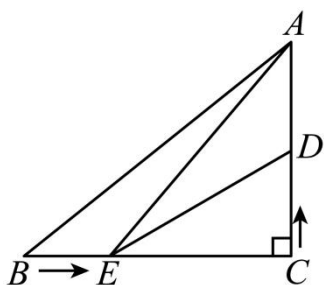
(3) 计算: $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{12}} + \cdots + \sqrt{2023-2\sqrt{1023 \times 1024}} + \sqrt{2025-2\sqrt{1012 \times 1013}}$.

24. 商场销售一批衬衫, 平均每天可销售 20 件, 每件盈利 40 元. 为了扩大销售, 增加盈利, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现, 如果每件衬衫每降价 5 元, 商场平均每天可多售出 10 件.

(1) 若商场平均每天要盈利 1250 元, 每件衬衫应降价多少元?

(2) 要使商场平均每天盈利 1400 元, 可能吗? 请说明理由.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 D 从点 C 开始沿边 CA 运动, 速度为 1cm/s . 与此同时, 点 E 从点 B 开始沿边 BC 运动, 速度为 2cm/s . 当点 E 到达点 C 时, 点 D, E 同时停止运动. 连接 AE, DE , 设运动时间为 ts , $\triangle ADE$ 的面积为 $S\text{cm}^2$.



(1) 用含 t 的代数式表示: $CD = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, $CE = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$;

(2) 当 CD 为何值时 $S = \frac{5}{8} S_{\triangle ABC}$?