

2023 学年第一学期阶段诊断评估八年级数学试卷

(完卷时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{\frac{x}{5}}$ C. $\sqrt{a+1}$ D. $\sqrt{a^4b}$

2. $2\sqrt{a}+3\sqrt{b}$ 的一个有理化因式是 ()

- A. $-2\sqrt{a}-3\sqrt{b}$ B. $2\sqrt{a}+3\sqrt{b}$ C. $\sqrt{2a-3b}$ D. $-2\sqrt{a}+3\sqrt{b}$

3. 下列二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{24}$ B. $\sqrt{4a}$ 与 $\sqrt{\frac{a}{4}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{a}}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

4. 下列方程中一定是关于 x 的一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 + \sqrt{x} - 2 = 0$ B. $ax^2 + bx + c = 0$
C. $x^2 + 4x - 1 = x(x+2)$ D. $(x+1)(x-1) = x(2x-1)$

5. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - c^2 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法判断

6. 如果 $|m^2 + 2m| + \sqrt{n^2 + mn - 2} = 4m - 1$, 那么 $m+n$ 的值为 ()

- A. 3 或 2 B. -3 或 2 C. -1 或 2 D. 3 或 -2

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 计算: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____.

8. 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{6} =$ _____.

9. 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{4x-3}$ 有意义.

10. 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的根是_____.

11. 如果一个长方形的面积是 $\sqrt{30}$, 它的长是 $2\sqrt{3}$, 则它的宽是_____.

12. 已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

13. 不等式 $(\sqrt{3}-\sqrt{6})x < 3$ 的解集是_____.

14. 最简根式 $2\sqrt{m^2-3}$ 与 $4\sqrt{9m+7}$ 是同类二次根式, 则 $m =$ _____.

15. 当 $m =$ _____时, 关于 x 的方程 $(m-1)x^{|m|+1} - x + 3 = 0$ 是一元二次方程.

16. 如果 $\sqrt{(\pi-m)^2} - m + \pi = 0$, 那么 $\sqrt{(3-m)^2} - \sqrt{m^2} =$ _____.

17. 当 $a > 0$ 时, 化简 $\sqrt{-\frac{b^3}{a}} =$ _____.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 9x - 3c + 3 = 0$ 有两个不相等的整数根 x_1 和 x_2 , 且 $x_2 = 2x_1$, 如果 a 是正整数, 则 c 的值为_____.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $\sqrt{2\frac{2}{3}} + \frac{\sqrt{20}}{2} - \left(\frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{24}}{3} \right)$

20. 计算: $4a\sqrt{\frac{a}{2}} - a^2\sqrt{\frac{8}{a}} + \sqrt{\frac{2a^3}{9}}$

21. 计算: $\frac{3}{4}\sqrt{a^2b} \times 2\sqrt{a^3b} \div 3\sqrt{\frac{a}{b}} (a > 0, b > 0)$

22. 解方程: $(3x-2)^2 = 3x-2$

23. 解方程: $2x^2 - 6x + 1 = 0$ (用配方法).

24. 解方程: $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x}{4} = x(x+1)$

四、解方程 (本大题共 3 题, 第 25、26 题 7 分, 第 27 题 8 分, 满分 22 分)

25. 先化简, 再求值: 已知 $x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, 求 $\frac{x+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \div \frac{x-1}{x+1} \cdot (\sqrt{x}-1)$ 的值.

26. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \sqrt{m-1}x + m-3 = 0$ 有实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 m 是偶数时, 记方程的两根为 x_1 和 x_2 ($x_1 < x_2$), 求 $x_1^{2022} \cdot x_2^{2023}$ 的值.

27. 阅读材料, 回答问题

双二次方程又称“准二次方程”, 是移项且合并同类项之后, 只含有偶次项的四次方程, 其一般形式为:

$ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$. 下面我们来看解双二次方程: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$.

解: 令 $y = x^2$, 原方程化为 $y^2 + 5y - 36 = 0$

得: $(y+9)(y-4) = 0$,

解得: $y_1 = -9, y_2 = 4$

当 $x^2 = -9$ 时, 无实数根, 舍去; 当 $x^2 = 4$ 时, $x = \pm 2$,

所以, 原方程的解为 $x_1 = 2, x_2 = -2$,

已知关于 x 的双二次方程 $3x^4 + 4x^2 + k - 1 = 0$.

(1) 当 $k = -\frac{2}{3}$ 时, 求方程的根;

(2) 如果该方程和关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (a+1)x + \frac{a^2+1}{2} = 0$ 有一个共同的实数根, 求 k 的值;

(3) 填空: 如果该方程无实数根, 则 k 的取值范围是_____.