

2025 学年第一学期八年级数学学科第二次质量检测

一、选择题 (本题共 5 题, 每题 3 分, 共 15 分)

1. 下列选项正确的是 ()

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ C. -1 的算术平方根是 1 D. $\sqrt[3]{-125} = -5$

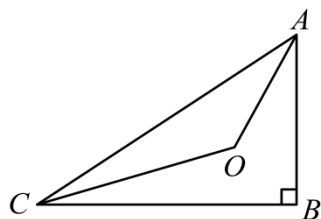
2. 下列式子不是 $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ 的有理化因式的是 ()

- A. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ B. $x\sqrt{x} + x\sqrt{y}$ C. $\sqrt{x+y}$ D. $\frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{y}$

3. 下列条件中, 能判断 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 ()

- A. $a:b:c = 3:4:5$ B. $\angle A:\angle B:\angle C = 3:4:5$
C. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ D. $a = 2, b = 1, c = 1$

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 点 O 是 $\angle CAB, \angle ACB$ 平分线的交点, 且 $BC = 8\text{cm}, AC = 10\text{cm}$, 则点 O 到边 AB 的距离为 ()



- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm

5. 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$), 下列条件: ① $ac < 0$; ② $abc > 0$;

③ $2a - b + c = 0$; 若只添加一个条件就可以判定方程有实数根, 则所有正确条件的序号是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

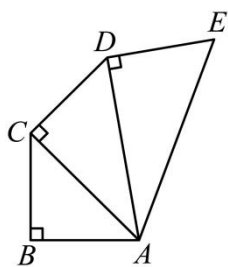
二、填空题 (本题共 10 题, 每题 3 分, 共 30 分)

6. 19 的两个平方根的积是_____.

7. $\sqrt{\frac{4-x}{3-x}} = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{3-x}}$ 成立的条件是_____.

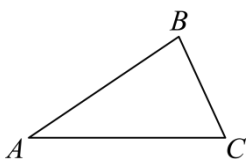
8. 在实数范围内因式分解: $-x^2 + 6x + 3 =$ _____.

9. 如图, $AB = BC = CD = DE = 2$, $AB \perp BC$, $AC \perp CD$, $AD \perp DE$, 垂足分别为 B, C, D . 则 $AE =$ _____.



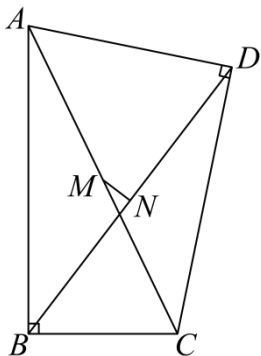
10. 俗语有云：在技能学习中，有“一日不练手生，两日不练眼生，三天不练门外汉，四天不练瞪眼看”的说法，意味着知识或技艺若不及时巩固会逐渐遗忘. 假设某人学习了一项技能，初始掌握程度为 100 分. 且每天“遗忘”的百分比相同. 若经过 2 天后，技能掌握程度剩余 49 分，每天“遗忘”的百分比为_____.

11. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 11$ ， $BC = 7$ ， $AC = 12$. 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

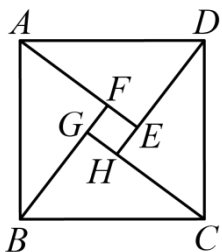


12. 若关于 x 的方程 $(1-m^2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ 所有的根都是比 1 小的正数. 则实数 m 的取值范围是_____.

13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $AC = 26$ ， $BD = 24$ ， 连接 AC 、 BD ， 取 AC 和 BD 的中点 M 、 N ， 连接 MN ， 则 MN 的长度为_____.

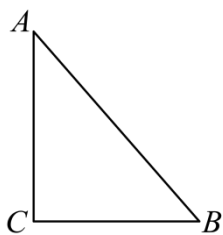


14. 如图，是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，图中的四个直角三角形是全等的，如果大正方形 $ABCD$ 的面积是小正方形 $EFGH$ 面积的 25 倍，那么 $\frac{AE}{DE} =$ _____.



15. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 3$ ， 点 D 在边 BC 上， 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折， 使点 C 落在点 C' 处， 连接 AC' ， 直线 AC' 与边 CB 的延长线相交于点 F ， 如果

$\angle DAB = \frac{1}{2} \angle BAF$ ，那么线段 BF 的长为 _____.



三、计算题 (本题共 4 题, 每题 5 分, 共 20 分)

16. 计算: $\frac{1}{4} \sqrt{30} \times 40 \sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{4}{5} \sqrt{2 \frac{2}{3}}$.

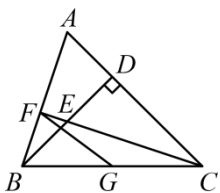
17. 计算: $\left(4b \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{2}{a} \sqrt{a^3 b} \right) - \left(3a \sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{9ab} \right) (b > 0)$

18. 解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$.

19. 解分式方程: $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+1} = -\frac{8}{x^2-4}$.

四、简答题 (本题共 3 题, 第 20 题 9 分, 第 21 题 14 分, 第 22 题 12 分, 共 35 分)

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 为边 AC 上的高, 且 $BD = CD$, 在 BD 上截取一点 E 使 $CE = AB$, 延长 CE 交 AB 于点 F , G 为边 BC 上的中点, 连接 FG .



(1) 求证: $\angle ABD = \angle ECD$;

(2) 若 $FG \parallel AC$, 求证: $CA = CB$.

21. 公安交警部门提醒市民, 骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定, 某头盔经销商统计了某品牌头盔 4 月份到 6 月份的销量, 该品牌头盔 4 月份销售 150 个, 6 月份销售 216 个, 且从 4 月份到 6 月份销售量的月增长率相同.

(1) 求该品牌头盔销售量的月增长率;

(2) 若此种头盔的进价为 30 元/个, 测算在市场中, 当售价为 40 元/个时, 月销售量为 600 个, 若在此基础上售价每上涨 1 元/个, 则月销售量将减少 10 个, 为使月销售利润达到 10000 元, 而且尽可能让顾客得到实惠, 则该品牌头盔的实际售价应定为多少元/个?

22. 【背景介绍】勾股定理是几何学中的明珠, 充满着魅力. 千百年来, 人们对它的证明从未停止过探索, 其中有著名的数学家, 也有业余数学爱好者. 向常春在 1994 年构造发现了一个新的证法.

【小试牛刀】(1) 把两个全等的直角三角形如图 1 放置, $\angle DAB = \angle B = 90^\circ$, 已知 $AB = AD = a$, $AE = BC = b, DE = AC = c, AC \perp DE$. 试证明 $a^2 + b^2 = c^2$.

【知识运用】(2) 如图 2, 铁路上 A 、 B 两点 (看作直线上的两点) 相距 24 千米, C 、 D 为两个村庄 (看作两个点), $AD \perp AB, BC \perp AB$, 垂足分别为 A 、 B , $AD = 23$ 千米, $BC = 16$ 千米, 则两个村庄的距离为 _____ 千米 (直接写答案).

(3) 在 (2) 的条件下, 要在 AB 上建造一个供应站 P , 使得 $PC = PD$, 求 AP 的长.

【知识迁移】(4) 借助上面的思考过程与几何模型, 求代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16-x)^2 + 81}$ 的最小值 ($0 < x < 16$).

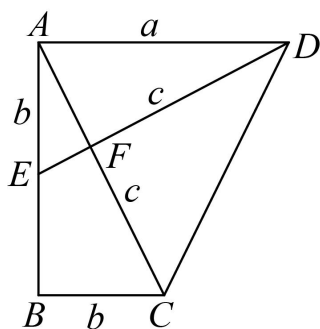


图 1

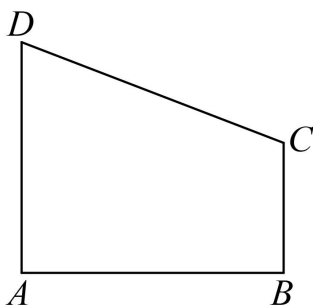


图 2