

上海市虹口区欧阳学校 2025-2026 学年上学期八年级期中数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列各数中, 无理数是 ()

- A. 0 B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 0.1010010001

2. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{x^2+1}$ D. $\sqrt{x^2}$

3. 下列根式中, 与 $2\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt{75}$ D. $\sqrt{0.3}$

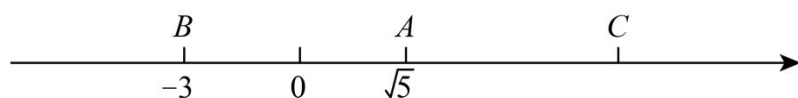
4. 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是 ()

- A. $2x+1=3$ B. $x^2+y=2$ C. $ax^2+bx+c=0$ D. $3x^2+2x=4$

5. 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+x+m^2-4=0$ 有一个根为 0, 则 m 的值是 ()

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 0

6. 如图, 在数轴上, 点 B 与点 C 关于点 A 对称, A 、 B 两点对应的实数分别是 $\sqrt{5}$ 和 -3 , 那么点 C 所对应的实数是 ()



- A. $\sqrt{5}+3$ B. $\sqrt{5}-3$ C. $2\sqrt{5}-3$ D. $2\sqrt{5}+3$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 16 的平方根是_____.

8. 比较大小: $\sqrt{80}$ _____ 9.

9. 某种颗粒的半径约为 0.000025 米, 用科学记数法表示这个数为_____米.

10. 已知 $\sqrt{20.24} \approx 4.499$, $\sqrt{202.4} \approx 14.227$, 则 $\sqrt{202400} \approx$ _____.

11. 要使式子 $\frac{\sqrt{m+1}}{2}$ 有意义, 则 m 的取值范围是_____.

12. 将根号外面的字母移入根号内, 则有 $a\sqrt{\frac{-1}{a}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 分母有理化: $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 方程 $x^2 - 8 = 0$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 写一个关于 x 的一元二次方程使其满足: 二次项系数为 2, 两根之和是 $\frac{5}{2}$, 两根之积是 $\frac{1}{2}$, 这样的方程是: $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若一元二次方程 $2x^2 - x - \frac{1}{2}k = 0$ 没有实数解, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 一个等腰三角形的两条边长分别是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两根, 则该等腰三角形的周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 观察下列各式:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1 \times 2} = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right),$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2 \times 3} = 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right),$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1 + \frac{1}{3 \times 4} = 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right),$$

请利用你发现的规律, 计算:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2024^2} + \frac{1}{2025^2}}, \text{ 其结果为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、简答题 (本大题共 5 题, 每小题 6 分, 共 30 分)

19. 计算: $\sqrt{27} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{18} + \sqrt{24}$.

20. 计算: $12\sqrt{a^2b^3} \div \frac{3}{2}\sqrt{a^3b} \times \sqrt{\frac{a^3}{b}}$

21. 解不等式: $\sqrt{3}x + 2 < 2x - \sqrt{3}$.

22. 解方程: $x(x-1) = 2(x-1)$.

23. 用配方法解方程 $2x^2 - 4x - 3 = 0$.

四、解答题 (第 24、25、26 题 8 分, 第 27 题 10 分, 共 34 分)

24. 已知 $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, 求 $\frac{x^2-2x+2}{x-1}$ 的值.

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 + m = 0$.

(1) 求证: 不论 m 为任何实数, 方程总有两个不相等的实数根.

(2) 若方程两个实数根的平方和等于 5, 求 m 的值及方程的两根.

26. 小李同学探索 $\sqrt{86}$ 的近似值的过程如下:

$\because$ 面积为 86 的正方形的边长是 $\sqrt{86}$, 且 $9 < \sqrt{86} < 10$,

$\therefore$ 设 $\sqrt{86} = 9 + x$, 其中 $0 < x < 1$, 画出示意图, 如图所示.

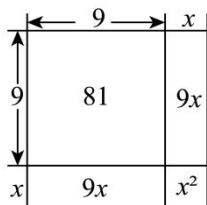
根据示意图, 可得图中正方形的面积 $S_{\text{正方形}} = 81 + 2 \times 9x + x^2$,

又 $\because S_{\text{正方形}} = 86$,

$\therefore 81 + 2 \times 9x + x^2 = 86$.

当 $x^2 < 1$ 时, 可忽略 x^2 , 得 $81 + 18x \approx 86$, 解得 $x \approx 0.28$,

$\therefore \sqrt{86} \approx 9.28$.



(1) 填空: $\sqrt{149}$ 的整数部分的值为_____;

(2) 仿照上述方法, 探究 $\sqrt{149}$ 的近似值 (结果精确到 0.01) (答题要求: 画出示意图, 标明数据, 并写出求解过程)

27. 请阅读下列材料:

已知方程 $x^2 + x - 3 = 0$, 求一个一元二次方程, 使它的根分别是已知方程根的 2 倍.

解: 设所求方程的根为 y , 则 $y = 2x$, 所以 $x = \frac{y}{2}$,

把 $x = \frac{y}{2}$ 代入已知方程, 得 $\left(\frac{y}{2}\right)^2 + \frac{y}{2} - 3 = 0$,

化简, 得 $y^2 + 2y - 12 = 0$, 故所求方程为 $y^2 + 2y - 12 = 0$,

这种利用方程根的代换求新方程的方法, 我们称为“换根法”.

(1) 已知方程 $x^2 + x - 2 = 0$, 求一个一元二次方程, 使它的根分别是已知方程根的相反数.

(2) 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx = c$ ($ac \neq 0$) 有一个实数根为 2025, 则方程 $cx^2 + bx = a$ 一定有实数根
_____.

(3) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根分别为 3、-2, 求一元二次方程
 $ay^2 - (2a - b)y + a - b + c = 0$ 的两根.