

八年级上学期第二次数学节点作业

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分)

1. 下列各组数中，是勾股数的是 ()

A. 13, 14, 15

B. 1, 1, $\sqrt{3}$

C. 0.3, 0.4, 0.5

D. 3, 4, 5

2. “我市为处理污水，需要铺设一条长为 4000 米的管道，为了尽量减少施工对交通所造成的影响，实际施工时每天比原计划多铺设 10 米，结果提前 20 天完成任务。”根据题意可得方程 $\frac{4000}{x-10} - \frac{4000}{x} = 20$ ，则

方程中 x 表示 ()

A. 实际每天铺设管道的长度

B. 实际施工的天数

C. 原计划每天铺设管道的长度

D. 原计划施工的天数

3. 图1是第七届国际数学教育大会 (ICME-7) 会徽图案，它是由一串有公共顶点 O 的直角三角形 (如图 2) 演化而成的. 如果图 2 中的 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \cdots = A_7A_8 = 1$ ，那么 OA_8 的长为 ()



图1

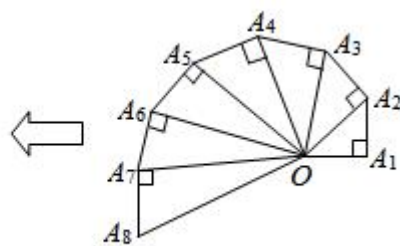


图2

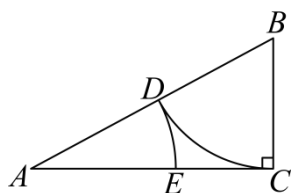
A. $\sqrt{10}$

B. 4

C. 3

D. $2\sqrt{2}$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = a$ ， $AC = b$. 以点 B 为圆心， BC 的长为半径画弧，交线段 AB 于点 D ，以点 A 为圆心， AD 长为半径画弧，交线段 AC 于点 E . 下列哪条线段的长度是方程 $x^2 + 2ax - b^2 = 0$ 的一个根 ()



A. 线段 AD 的长

B. 线段 BC 的长

C. 线段 EC 的长

D. 线段 AC 的长

5. 如图，从 $\triangle ABC$ 内一点 O 出发，把 $\triangle ABC$ 剪成三个三角形 (如图 1)，边 AB, BC, AC 放在同一直线上，点 O 都落在直线 MN 上 (如图 2)，直线 $MN \parallel AC$ ，则点 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()

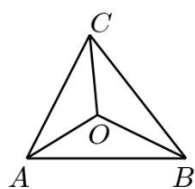


图1

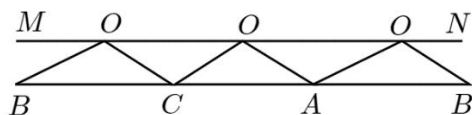
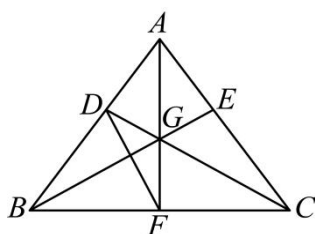


图2

- A. 三条角平分线的交点
- B. 三条高的交点
- C. 三条中线的交点
- D. 三边中垂线的交点

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5, BC = 6$ ， D, E 分别为线段 AB, AC 上一点，且 $AD = AE$ ，连接 BE, CD 交于点 G ，延长 AG 交 BC 于点 F 。以下四个结论正确的是（ ）



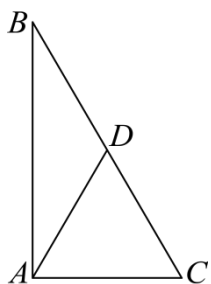
- ① $BF = CF$;
- ② 若 $BE \perp AC$ ，则 $CF = DF$;
- ③ 连结 EF ，若 $BE \perp AC$ ，则 $\angle DFE = 2\angle ABE$;
- ④ 若 BE 平分 $\angle ABC$ ，则 $FG = \frac{3}{2}$

- A. ①②③
- B. ③④
- C. ①②④
- D. ①②③④

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分)

7. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $2x^2 - x - 6 = 0$ 的两个实数根，则 $x_1 + x_2$ 的值是_____.

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是 BC 边上的中线，且 $BC + AD = 18$ ，则 BC 的长为_____.



9. 某药品原价 25 元/盒，经两次降价后，现价 16 元/盒，则平均每次降价的百分率为_____.

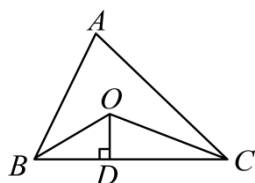
10. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x+a}{x-1} = 1$ 的解是正数，则 a 的取值范围是_____.

11. 已知 a 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - 11 = 0$ 的一个根, 则 $\frac{a^2 - 11}{2a^3 - 3a^2 + 11}$ 的值等于_____.

12. 某校八年级举行足球比赛, 每个班级都要和其他班级比赛一次, 结果一共进行了 15 场比赛, 设八年级共有 x 个班级, 那么列出方程是_____.

13. 在实数范围内因式分解: $3x^2 + 12xy + 11y^2 =$ _____.

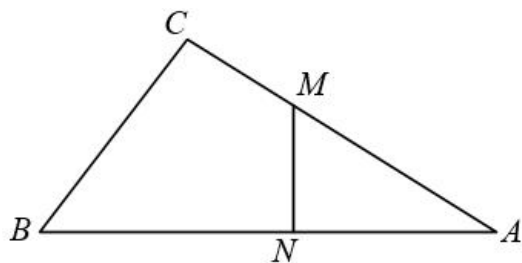
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BO , CO 分别平分 $\angle ABC$, $\angle ACB$, $OD \perp BC$ 于点 D . 若 $OD = 3$, $\triangle ABC$ 的面积是 50, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.



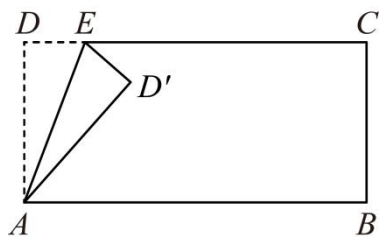
15. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, $\angle B = 35^\circ$, $\angle CAD = 20^\circ$, $\angle BAC$ 的度数是_____.

16. 定义新运算 “ $\ast$ ”: 对于实数 m, n, p, q , 有 $[m, p] \ast [q, n] = mn + pq$, 其中等式右边是通常的加法和乘法运算, 例如: $[2, 3] \ast [4, 5] = 2 \times 5 + 3 \times 4 = 22$. 若关于 x 的方程 $[x^2 + 1, x] \ast [5 - 2k, k] = 0$: 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

17. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, MN 是 AB 的中垂线, $\angle A = 30^\circ$, $AM = 10\text{cm}$, 则 $CM =$ _____cm.



18. 如图, 长方形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$, $AD = BC = 8$, $AB = CD = 17$. 点 E 为射线 DC 上的一个动点, $\triangle ADE$ 与 $\triangle AD'E$ 关于直线 AE 对称, 当 $\triangle AD'B$ 为直角三角形时, DE 的长为_____.

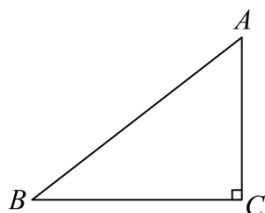


三、解答题: (本大题共 8 题, 共 58 分)

19. 解方程: $(x-1)^2 - 13(x-1) + 40 = 0$

20. 解方程: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$

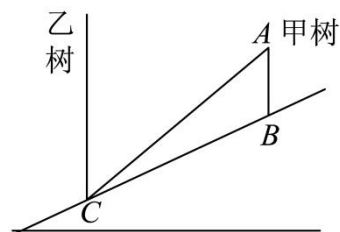
21. 如图, 在直角 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$,



(1) 请用尺规作图法在 AC 边上求作一点 P , 使得点 P 到边 AB , BC 的距离相等, (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 若 $CP = 1$, $AB = 3$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

22. 由于大风, 山坡上的一棵甲树从 A 点处被拦腰折断, 其顶点恰好落在一棵树乙的底部 C 处, 如图所示, 已知 $AB = 4$ 米, $BC = 13$ 米, 两棵树的水平距离是 12 米, 求甲树原来的高度.

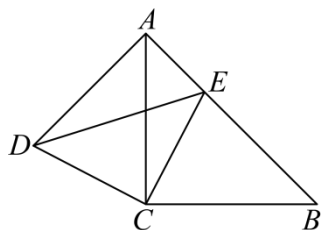


23. 某商店如果将进货价为每件 10 元的商品按每件 12 元出售, 每天可销售 200 件, 这种商品如果每涨价一元, 其销售量就减少 10 件.

(1) 将售价定为每件多少元时, 能使这天所获利润达到 1200 元?

(2) 将售价定为每件多少元时, 能使这天所获利润最大? 最大的利润是多少?

24. 如图, $\triangle DCE$ 和 $\triangle ACB$ 都是等腰三角形, $\angle DCE$ 和 $\angle ACB$ 是顶角且 $\angle DCE = \angle ACB$.



(1) 求证: $AD = BE$;

(2) 若 $DE^2 - AE^2 = EB^2$, 求证: $\angle ACB = 90^\circ$.

25. 【综合与探究】

已知 x_1 , x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个不相等的实数根.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 7$, 求 m 的值;

(3) 已知等腰 ABC 的一边长为 7, 若 x_1, x_2 恰好是 ABC 的另外两边长, 求这个三角形的周长.

26. 综合与实践

【问题情境】“综合与实践”课上, 老师提出如下问题: 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 将 ABC 绕点 A 逆时针旋转得到 ADE , 旋转角小于 $\angle CAB$, 点 B 的对应点为点 D , 点 C 的对应点为点 E , DE 交 AB 于点 O , 延长 DE 交 BC 于点 P .

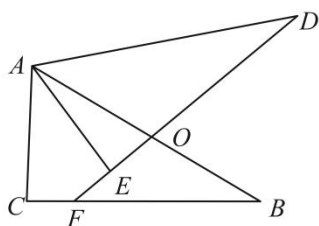


图1

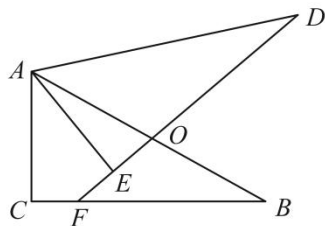


图2

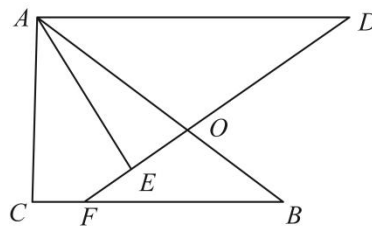


图3

【数学思考】(1) 试判断 FC 与 FE 的数量关系, 并说明理由.

【深入探究】(2) 在图形旋转的过程中, 老师让同学们提出新的问题.

① “乐学小组”提出问题: 如图 2, 如果 $\angle ABC = 30^\circ$, 当 $\angle CAE = 40^\circ$ 时, 求 $\angle FDB$ 的度数;

② “善思小组”提出问题: 如图 3, 如果 $CA = 6$, $CB = 8$. 当 $\angle CAE = \angle B$ 时, 求线段 BF 的长.