

未来科技学校

2025 学年第一学期八年级数学期末评估练习问卷

(满分 150 分 答卷时间: 100 分钟)

一、选择题 (每题 4 分)

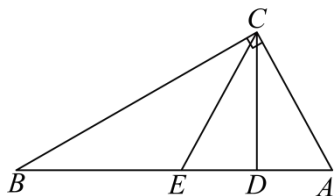
1. 在实数 3.14 , $1.\dot{2}\dot{3}$, $\sqrt{8}$, $1.1010010001\dots$ (每两个 1 之间依次增加一个 0), $\frac{\pi}{2}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中, 无理数有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{a^2} = a$ B. $\sqrt{(-a)^2} = \pm a$ C. $\sqrt{a^4} = a^2$ D. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$

3. 如图: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, CE 是斜边上的中线, 那么下列结论中错误的是 ()



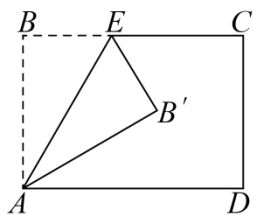
- A. $\angle ACD = \angle B$ B. $\angle ECB = \angle A - \angle ECD$
C. $\angle ACD = \angle ECB$ D. $\angle ECB = \angle DCE$

4. 有一张长方形纸片 $ABCD$, 按下面步骤进行折叠:

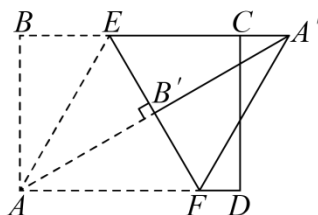
第一步: 如图①, 点 E 在边 BC 上, 沿 AE 折叠, 点 B 落在点 B' 处;

第二步: 如图②, 沿 EB' 折叠, 使点 A 落在 BC 延长线上的点 A' 处, 折痕为 EF .

下列结论中错误的是 ()



图①



图②

- A. $\triangle AEF$ 是等边三角形 B. EF 垂直平分 AA' C. $CA' = FD$ D. $EA' = AF$

5. 对于实数 a 、 b , 定义运算 “ $\star$ ”: $a \star b = \begin{cases} a^2 - b & (a \leq b) \\ b^2 - a & (a > b) \end{cases}$, 关于 x 的方程 $(2x+1) \star (2x-3) = t$ 恰好

有两个不相等的实数根, 则 t 的取值范围是 ()

A. $t < -\frac{15}{4}$

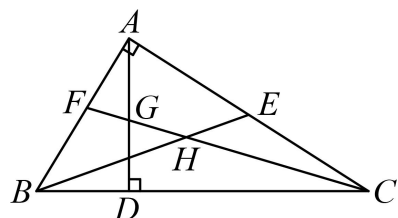
B. $t > -\frac{15}{4}$

C. $t < -\frac{17}{4}$

D. $t > -\frac{17}{4}$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是高， BE 是中线， CF 是角平分线， CF 交 AD 于点 G ，交 BE 于点 H ，下面说法正确的是（ ）

① $\triangle ABE$ 的面积 = $\triangle BCE$ 的面积；② $\angle AFG = \angle AGF$ ；③ $\angle FAG = 2\angle ACF$ ；④ $BH = CH$ 。



A. ①②③④

B. ①②③

C. ②④

D. ①③

二、填空题（每题 4 分）

7. 已知 $\sqrt[3]{5.23} \approx 1.735$ ，如果 $\sqrt[3]{x} \approx 173.5$ ，则 $x \approx$ _____.

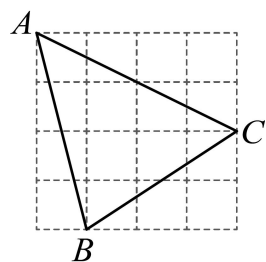
8. 若二次根式 $\frac{\sqrt{x+1}}{2x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围为 _____.

9. 若 a ， β 是方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的两个实数根，则 $a + \beta - a\beta$ 的值为 _____.

10. 在实数范围内分解因式： $2x^2 - 3xy - y^2 =$ _____.

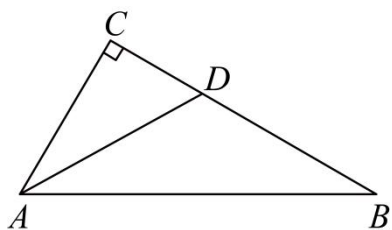
11. 已知 m 、 n 、3 分别是等腰三角形（非等边三角形）三边的长，且 m 、 n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k + 2 = 0$ 的两个根，则 k 的值是 _____.

12. 如图，在 4×4 的网格中，每个小正方形的边长均为 2，则 B 到直线 AC 的距离为 _____.



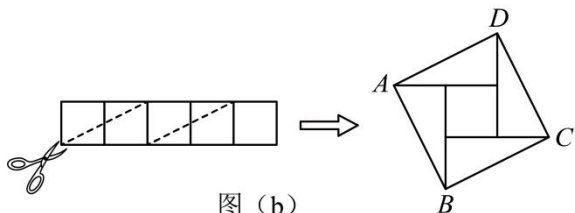
13. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2 + 2mx + m - 3 = 0$ 有实数根，则 m 的取值范围为 _____.

14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ 。若 $S_{\triangle ABD} = 24$ ， $AB = 12$ ，则 $CD =$ _____.

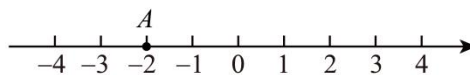


15. 我们把两条对角线长度之比为1:2的菱形叫做“钻石菱形”，如果一个“钻石菱形”的面积为8，那么它的边长是_____.

16. 如图(b) 将一个由5个边长为1cm的小正方形组成的长方形，通过剪拼组成了一个大的正方形(没有重叠和空隙). 图(c) 是一个数轴，把图(b) 中大正方形旋转使得边AB落到数轴上，且点A与-2重合，点B在点A右侧，点P表示数1，将数轴沿着点P所在的某条直线翻折使得点B恰好落在数轴上的点B'处，此时点B'所表示的数为_____.

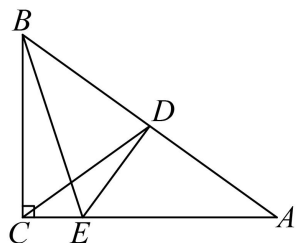


图(b)

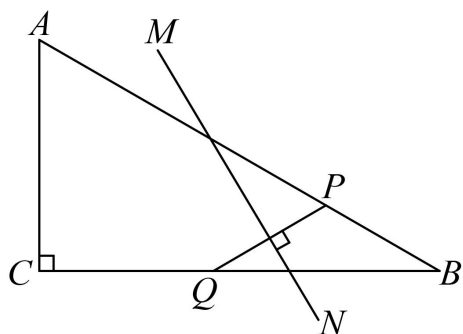


图(c)

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，斜边 AB 的垂直平分线 DE 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E ， $\angle ACD = 2\angle CBE$ ，则 $\angle A$ 的度数为_____.



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 4$ ，点 P 为 AB 上一点，将线段 PB 绕点 P 顺时针旋转得线段 PQ ，点 Q 在射线 BC 上，当 PQ 的垂直平分线 MN 经过 $\triangle ABC$ 一边中点时， PB 的长为_____.



三、简答题 (第19、20题12分，21、22题各8分)

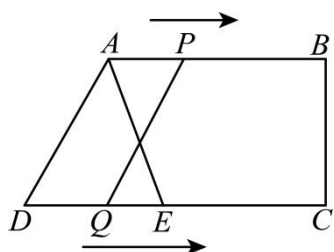
19. (1) 计算: $\sqrt{48} \times \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{12} \div \sqrt{2} + \sqrt{24}$

(2) 计算: $a\sqrt{8a} - 2a^2\sqrt{\frac{1}{8a}} + 3\sqrt{2a^3}$

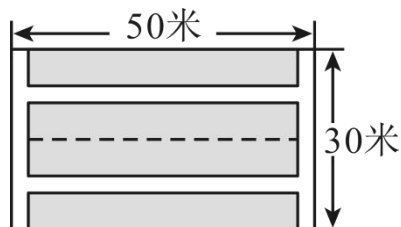
20. (1) 解方程: $4x^2 - 12x - 7 = 0$

(2) 解方程: $\frac{x}{x-2} - 1 = \frac{4}{x^2 - 4x + 4}$

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC \perp CD$, $AB = 8\text{cm}$, $DC = 10\text{cm}$, E 是 DC 上一点, 且 $DE = 3$, P 从 A 点出发以 1cm/s 的速度向 B 点运动, 同时 Q 从 D 点出发以 2cm/s 的速度向 C 点运动, 当其中一点到达终点时, 另一点也随之停止, 设运动时间为 $t(\text{s})$, 当以 A 、 P 、 E 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形时, 求 t 的值.



22. 某校新建一个三层停车楼, 每一层布局如图所示. 已知每层长为 50 米, 宽 30 米. 阴影部分设计为停车位, 地面需要喷漆, 其余部分是等宽的通道, 已知喷漆面积为 1056 平方米.

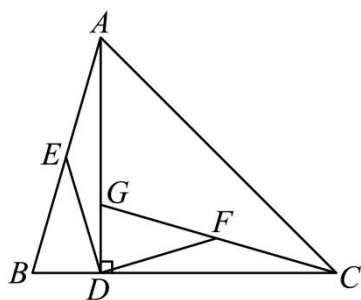


(1) 求通道的宽是多少米.

(2) 据调查分析, 停车场多余 64 个车位可以对外出租, 当每个车位的月租金为 200 元时, 可全部租出; 每个车位的月租金每上涨 10 元, 就会少租出 1 个车位, 当每个车位的月租金上涨多少元时, 既能优惠大众, 又能使对外开放的月租金收入为 14400 元?

四、解答题 (第 23、24 题每题 12 分, 25 题 14 分)

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 45^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , G 是 AD 上一点, 且 $BD = DG$. 连接 CG , 点 E 、 F 分别是 AB 、 CG 的中点, 求证: $DE = DF$.



24. 我们知道一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根为 x_1, x_2 , 若其中一个根是另一个根的 n 倍 (n 为正整数), 则称这样的方程为 n 倍“梅石花”方程, 例如: 方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两个根分别是 2 和 4, 则这个方程就是二倍“梅石花”方程; 若一元二次方程 $ay^2 + by + c = m$ ($a \neq 0, m \neq 0$) 的两根为 y_1, y_2 , 则称这样的方程为“状元来”方程.

(1) 根据上述定义, 请判断: $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 是_____倍“梅石花”方程;

(2) 若关于 x 的方程 $x^2 - bx + c = 0$ ($c \neq 0$) 是 n 倍“梅石花”方程, 直接写出 $\frac{b^2}{4c}$ 的最小值是_____.

(3) 若方程 $-y^2 + 3y - 2 = m$ ($m \neq 0$) 为“状元来”方程, 求证: $\frac{(y_1 - 1)^2}{m} = \frac{y_2 - 2}{y_1 - 2}$.

25. 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 边上一动点 (点 E 不与 B, C 重合), 连接 DE , 以 DE 为直角边作等腰直角三角形 DEF , DF 与正方形 AB 边相交于点 N , 连接 BD .

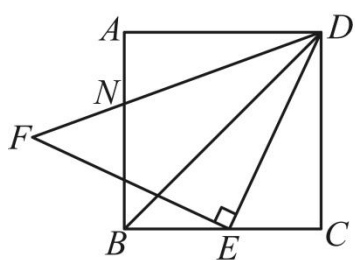


图1

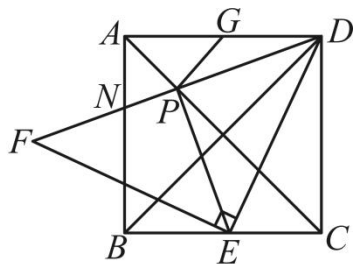


图2

(1) 求证: $\angle BEF = \angle FDB$;

(2) 当 E 运动到 BC 的中点时, 求线段 AN 的长;

(3) 如图 2, 连接 AC 交 DF 于点 P , G 是 AD 的中点, 连接 PG, PE , 求 $PE + PG$ 的最小值.