

2025 学年第一学期期中质量检测

八年级数学试卷

(完成时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 二次根式 $\sqrt{a^2+3a+2}$, $\sqrt{-xy^3}$, $\sqrt{0.75}$, $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ 中, 其中最简二次根式的有 ()
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
2. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()
- A. $\sqrt{0.7}$ 与 $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{a+b}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$ (其中 $a > b > 0$)
- C. $\sqrt{24}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{6}}$ D. $\sqrt{x^3y}$ 与 $\sqrt{xy^2}$ (其中 $x > 0$, $y > 0$)
3. 下列命题正确的是 ()
- A. 两个无理数的积一定是无理数;
- B. 1 的平方根是它本身;
- C. $ax^2+bx+c=0$ 是关于 x 的一元二次方程;
- D. $\sqrt{3x-2y}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{3x-2y}$.
4. 关于 x 的方程 $(m-3)x^{|m|-1}+5x-2=0$ 是一元二次方程, 则 ()
- A. $m=3$ B. $m \neq 3$ C. $m=\pm 3$ D. $m=-3$
5. $6-\sqrt{10}$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 则 $b(2a+\sqrt{10})$ 的值是 ()
- A. 6 B. $2\sqrt{10}$ C. 12 D. $9\sqrt{10}$
6. 我们把形如 $a+b\sqrt{x}$ (a, b 为有理数, $\sqrt{x}$ 为最简二次根式) 的数叫做 $\sqrt{x}$ 型无理数, 如 $2+3\sqrt{5}$ 是 $\sqrt{5}$ 型无理数, 则 $(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2$ 是 ()
- A. $\sqrt{2}$ 型无理数 B. $\sqrt{3}$ 型无理数
- C. $\sqrt{5}$ 型无理数 D. $\sqrt{12}$ 型无理数

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

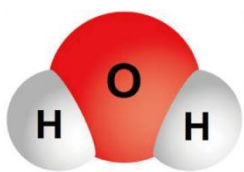
7. 式子 $\frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

8. 方程 $2x = -x^2$ 的根为_____.

9. 方程 $3x^2 - x - 5 = 0$ 的根为_____.

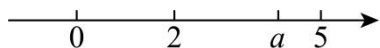
10. 方程 $\sqrt{2}x^2 - 4\sqrt{3}x + 2\sqrt{2} = 0$ 根的判别式的值为_____.

11. 我们生活在物质的世界里, 所有的物质都是由一些看不见的微小粒子构成的, 例如水就是由水分子构成的. 科学家们通过测量发现一个水分子的直径仅约 0.0000000004m , 其中 0.0000000004m 用科学记数法表示为_____.



12. 将下列各数 $2\frac{1}{4}$ 、 $2.\dot{2}\dot{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 用 “ $<$ ” 连接: _____.

13. 已知数 a 、 b 在数轴上对应的点如图所示, 化简 $|a-2| + \sqrt{(a-5)^2} =$ _____.



14. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 3x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是_____.

15. 不等式 $\sqrt{7}x \leq 3x - 2$ 的解集是_____.

16. 若关于 x 的方程 $x^2 + (m-1)x + m^2 = 0$ 的两根互为倒数, 则 m 的值为_____.

17. 定义一种新的运算 “ $@$ ”, “ $@$ ” 的运算法则为: $a @ b = \sqrt{ab+3}$, 则 $(2 @ 3) @ 5 =$ _____.

18. 若方程 $(x-1)(x^2 - 2x + m) = 0$ 的三个根可以作为一个三角形的三边之长, 则 m 的取值范围: _____.

三、计算题 (每题 5 分, 共 30 分)

19. 计算: $\sqrt{32} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} + (2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)$

20. 计算: $\left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div \frac{3}{5}\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \frac{2}{b}\sqrt{ab^3} (a > 0)$

21. 计算: $12 \div (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{2})^3$.

22. 解方程: $(3x-1)^2 - 4(x+2)^2 = 0$

23. 用配方法解方程: $2x^2 - 8x - 5 = 0$.

24. 解方程: $(x^2 - 4x)^2 - 9(x^2 - 4x) - 36 = 0$

四、解答题 (共 34 分)

25. 已知实数 a, b, c, d, e, f , 且 a, b 互为倒数, c, d 互为相反数, e 的绝对值为 $\sqrt{2}$, f 的算术平方根是 8, 求 $-2ab + \frac{c+d}{5} + e^2 + \sqrt[3]{f}$ 的值.

26. 先化简, 再求值: $\frac{4a-9b}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, 其中 $a=12$, $b=\frac{1}{3}$.

27. 请证明: 无论 k 取何值时, 关于 x 的方程 $3x^2 + 4kx + k^2 = 8$ 有实数根, 并解出此时方程的根.

28. 关于 x 的方程 $5x^2 - 10x + 2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 请求下列各式的值:

(1) 填空: $x_1 + x_2 =$ _____; $x_1 \cdot x_2 =$ _____;

(2) $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$;

(3) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

29. 对于三个数 a, b, c , 用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数; 用 $\min\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数. 如:

$$M\{1, 2, 3\} = \frac{1+2+3}{3} = 2, \quad \min\{1, 2, 3\} = 1.$$

(1) 填空: $M\{\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{13}\} =$ _____, $\min\{\sqrt{6}, \pi, \sqrt{15}\} =$ _____;

(2) 如果 $M\{2, 4, x\} = \min\{4, 5, x\}$, 求 x 的值.

(3) 解方程 $x^2 = \min\{x+3, 3, x+2\}$.