

2024-2025 学年上海市浦东新区进才中学北校八年级（上）期末数学试卷

一. 选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列代数式中，是最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{a^2b}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\sqrt{a^2-b^2}$ D. $\sqrt{0.7}$

2. 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上有三点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ，若 $x_1 > x_2 > 0 > x_3$ ，则下列各式正确的是（ ）

- A. $y_3 > y_1 > y_2$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

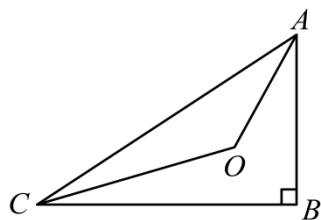
3. 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 + 3x + k^2 - 1 = 0$ 的一个根为 0，则 k 的值为（ ）

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 1 或 -1

4. 下列长度的三条线段能组成直角三角形的是（ ）

- A. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ B. 4, 5, 6 C. 7, 14, 15 D. 7, 24, 25

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，点 O 是 $\angle CAB, \angle ACB$ 平分线的交点，且 $BC = 8\text{cm}, AC = 10\text{cm}$ ，则点 O 到边 AB 的距离为（ ）



- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm

6. 已知下列命题中：

- ①有两条边分别相等的两个直角三角形全等；
- ②顶角与底边分别对应相等的两个等腰三角形全等；
- ③如果 $a^2 = b^2$ ，那么 $a = b$ ；
- ④两个三角形中，两边与及其中一边的对角对应相等，则这两个三角形全等。

其中假命题的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 函数 $y = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{4-x}}$ 的定义域是_____.

8. $2-\sqrt{5}$ 的倒数_____.

9. 方程 $x^2-16=0$ 的解是_____.

10. 若函数 $y = (k-1)x (k \neq 1)$, 当自变量取值增加 2 的时候, 函数值减少 3, 那么 k 的值是_____.

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-2x-1=0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

12. 判断命题的真假: 命题“同位角相等”是_____命题.

13. 如果一个三角形的两边的垂直平分线交点在第三边上, 则这个三角形的最大角的度数是_____°.

14. 已知 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$, 则 $f(0) =$ _____.

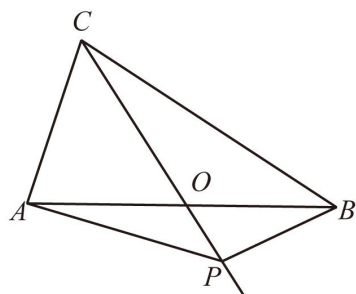
15. 到点 $p(-3,0)$ 的距离等于 2 的点的轨迹是_____.

16. 在描述一个反比例函数的性质时, 甲同学说: “从这个反比例函数图象上任意一点向 x 轴, y 轴作垂线, 与两坐标轴所围成的矩形面积为 2024”, 根据甲同学所描述, 此反比例函数的解析式是_____.

17. 在平面直角坐标系 xOy 内, $A(1,a)$ 在函数 $y=2x$ 上, $B(b,2)$ 在函数 $y=\frac{4}{x}$ 上, P 为 x 轴上的动点,

$AP+BP$ 值最小时, 点 P 的坐标为 _____.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=4$, $AO=BO$, P 是射线 CO 上的一个动点, $\angle AOC=60^\circ$, 则当 $\triangle PAB$ 为直角三角形时, AP 的长为_____.



三. 解答题 (本大题共 7 题, 第 19-20 题各 8 分, 第 21 题 5 分, 第 22 题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24 题 12 分, 第 25 题 14 分, 共 58 分)

19. 计算:

(1) $\sqrt{24} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{18} + \sqrt{32}$;

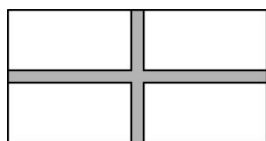
$$(2) \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}}.$$

20. 解方程:

$$(1) (x-3)^2 + 2(x-3) - 24 = 0;$$

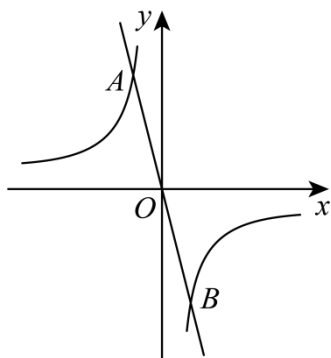
$$(2) 5x(x-1) = 3(x-1).$$

21. 某校的分校区规划时决定在长为 32 米, 宽为 20 米的长方形草坪中央修筑同样宽的两条互相垂直的小路, 把长方形草坪分割成同样面积的四块小草坪, 每块小草坪的面积为 135 平方米, 问道路的宽是多少米?



22. 已知函数 $y = y_1 - y_2$, 其中 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 $x-2$ 成反比例, 且当 $x=1$ 时, $y=1$; 当 $x=3$ 时, $y=5$. 求 y 关于 x 的函数解析式.

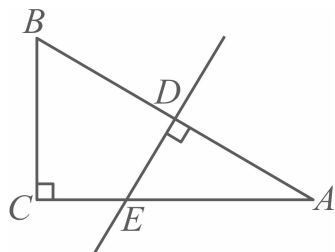
23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 内, 函数 $y = ax (a \neq 0)$ 和 $y = \frac{b}{x} (b \neq 0)$ 交于 A 、 B 两点, 已知 $A(-1, 4)$.



(1) 求点 B 的坐标;

(2) 点 C 在坐标轴上, 且 $\angle ACB = 90^\circ$ 时, 求点 C 的坐标.

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, 点 D 是斜边 AB 的中点, 作 $DE \perp AB$, 交直线 AC 于点 E .



(1) 若 $\angle A = 30^\circ$, 求线段 CE 的长;

(2) 当点 E 在线段 AC 上时, 设 $BC = \sqrt{x}$, $CE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(3) 若 $CE = 2$, 求 BC 的长.

25. 【背景介绍】勾股定理是几何学中的明珠，充满着魅力，千百年来，人们对它的证明精彩纷呈，其中有著名的数学家，也有业余数学爱好者，向常春在 1994 年构造发现了一个新的证法.

【小试牛刀】(1) 把两个全等的直角三角形如图 1 放置， $\angle DAB = \angle B = 90^\circ$ ，已知 $AB = AD = a$ ， $AE = BC = b$ ， $DE = AC = c$ ， $AC \perp DE$ ，试证明 $a^2 + b^2 = c^2$.

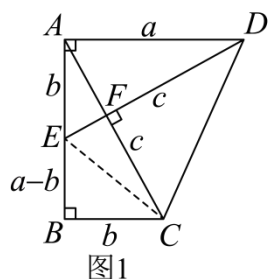


图1

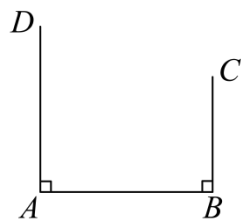


图2

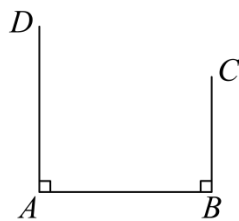


图3

【知识运用】

(2) 如图 2，铁路上 A，B 两点（看作直线上的两点）相距 24 千米，C，D 为两个村庄（看作两个点）， $AD \perp AB$ ， $BC \perp AB$ ，垂足分别为 A、B， $AD = 23$ 千米， $BC = 16$ 千米，则两个村庄的距离为_____千米（直接填空）；

(3) 在 (2) 的背景下，要在 AB 上建造一个供应站 P，使得 $PC = PD$ ，求 AP 的长.

(4) 【知识迁移】借助上面的思考过程与几何模型，求代数式 $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{(16-x)^2 + 81}$ 的最小值_____.