

江湾初级中学 2023 学年度第一学期期末考试八年级数学学科试卷

(满分 100 分, 考试 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

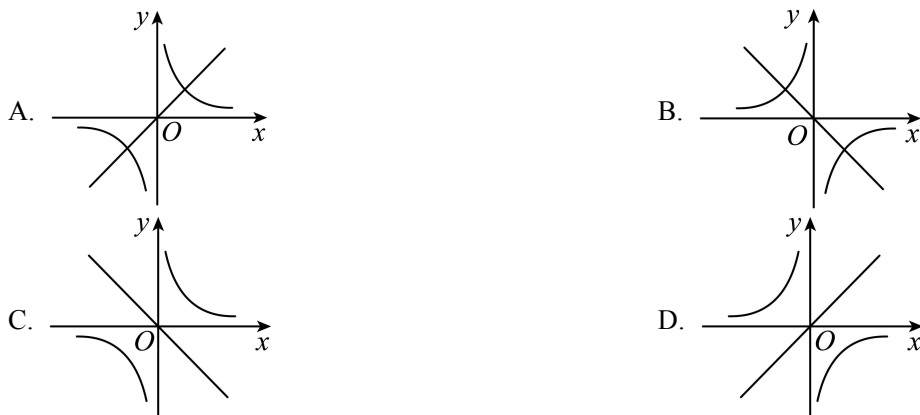
1. 如果最简二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 与 $\sqrt{x}$ 是同类二次根式, 那么 x 的值是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. 0

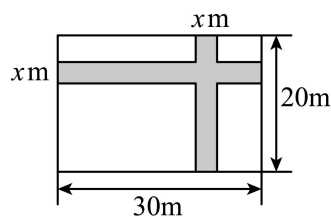
2. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 - \frac{1}{x} = 1$ B. $ax^2 + bx + c = 0$
C. $(1-\sqrt{2})x^2 = \frac{(1+\sqrt{2})x}{2}$ D. $(x+1)(x-1) = x^2$

3. 设 $k < 0$, 那么函数 $y = -\frac{x}{k}$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象可能是 ()



4. 如图, 在宽为 20m, 长为 30m 的矩形地面上修建两条宽均为 x m 的小路 (阴影), 余下部分作为草地, 草地面积为 551m^2 , 根据图中数据, 求得小路宽 x 的值为 ()

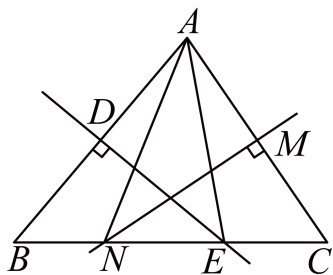


- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.5

5. 下列命题的逆命题是真命题的是 ()

- A. 若 $a > 0$, $b > 0$, 则 $a + b > 0$ B. 全等三角形的对应角相等
C. 对顶角相等 D. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$

6. 如图, $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线交 BC 边于点 E , AC 的垂直平分线交 BC 边于点 N , 若 $\angle BAC = 74^\circ$, 则 $\angle NAE$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 32° C. 36° D. 37°

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算: $\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $x^2 = x$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 在实数范围内因式分解 $-a^2 + 5a + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果点 A 的坐标为 $(-2, -1)$, 点 B 的坐标为 $(1, 3)$, 那么 A, B 两点的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

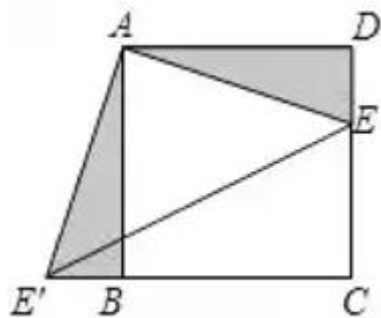
11. 已知函数 $f(x) = \frac{3x-1}{1-x}$, 那么 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图像上的两个点, $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

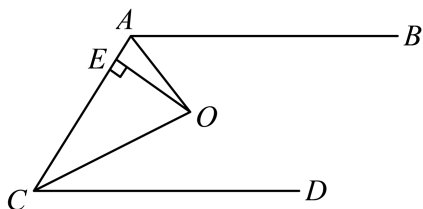
13. 如果等腰三角形腰上的高等于底边的一半, 那么这个等腰三角形的顶角等于 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

14. 以 AB 为底边的等腰三角形, 它的两腰上的中线交点的轨迹是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 已知正方形 ABCD 的边长为 3, E 为 CD 边上一点, $DE = 1$. 以点 A 为中心, 把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 90° , 得 $\triangle ABE'$, 连接 EE' , 则 EE' 的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$

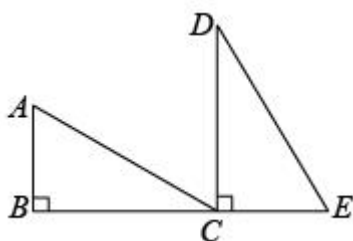


16. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 点 O 为 $\angle CAB$ 、 $\angle ACD$ 的平分线的交点. $OE \perp AC$, 且 $OE = \frac{2}{3}$, 则两平行线 AB、CD 间的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. 定义：当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”，若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是特征三角形， $\angle A$ 是特征角， $BC=6$ ，则 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积等于 _____.

18. 已知两块相同的三角板如图所示摆放，点 B 、 C 、 E 在同一直线上， $\angle ABC = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $AB = 2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转一定角度 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)，如果在旋转的过程中 $\triangle ABC$ 有一条边与 DE 平行，那么此时 $\triangle BCE$ 的面积是_____.



三. 解答题 (本大题共 7 题，第 19 题 12 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题各 8 分，第 24 题 10 分，第 25 题 12 分，共 64 分)

19. (1) 计算： $(4\sqrt{3}+7)(4\sqrt{3}-7)+\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ；

(2) 用配方法解方程： $2x^2+4x+1=0$.

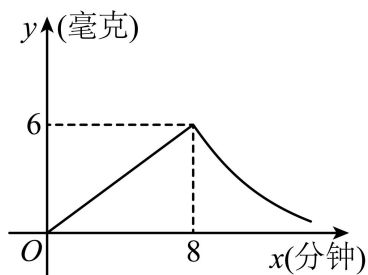
20. 已知 y 与 x 成反比例， z 与 y 成正比例. 又当 $x=8$ 时， $y=\frac{1}{2}$ ；当 $y=\frac{1}{3}$ 时， $z=-2$. 试问 z 是 x 的函数吗？当 $x=16$ 时， z 的值是多少？

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k-2)x^2-2x-3=0$.

(1) 如果 $x=-1$ 是该方程的一个根，求另一个根；

(2) 如果方程有两个实数根，求 k 的取值范围.

22. 为了预防疾病，某单位对办公室采用药熏消毒法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 x (分钟) 成为正比例，药物燃烧后， y 与 x 成反比例 (如图)，现测得药物 8 分钟燃毕，此时室内空气中每立方米的含药量 6 毫克，请根据题中所提供的信息，解答下列问题：

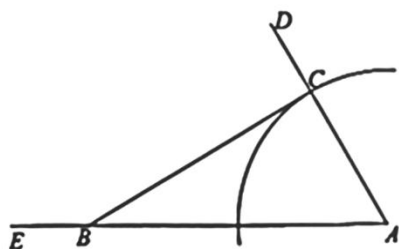


(1) 药物燃烧时, y 关于 x 的函数关系式为 _____, 自变量 x 的取值范围为 _____; 药物燃烧后, y 关于 x 的函数关系式为 _____.

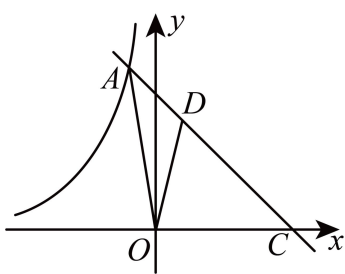
(2) 研究表明, 当空气中每立方米的含药量低于 1.6 毫克时员工方可进办公室, 那么从消毒开始, 至少需要经过 _____ 分钟后, 员工才能回到办公室;

(3) 研究表明, 当空气中每立方米的含药量不低于 3 毫克且持续时间不低于 10 分钟时, 才能有效杀灭空气中的病菌, 那么此次消毒是否有效? 为什么?

23. 已知: 如图, $\angle DAE = 60^\circ$, B 是 AE 上一点, 以 A 为圆心, $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 交 AD 于点 C , 联结 BC . 求证: $\angle ACB = 90^\circ$.



24. 如图, 直线 AC 与函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象相交于点 $A(-1, 6)$, 与 x 轴交于点 C , 且 $\angle ACO = 45^\circ$, 点 D 是线段 AC 上一点.



(1) 求 k 的值;

(2) 若 $\triangle DOC$ 与 $\triangle OAC$ 的面积比为 $2:3$, 求点 D 的坐标;

(3) 将 OD 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 OD' , 点 D' 恰好落在函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图像上, 求点 D 的坐标.

25. 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 6$, D 是 AB 的中点. P 是射线 CD 上一个动点, 连接 PB , 过点 B 作 PB 的垂线, 交射线 CD 于 Q .

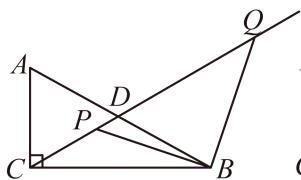


图1

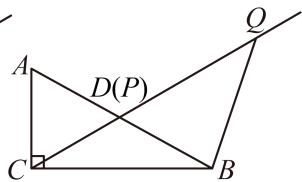


图2

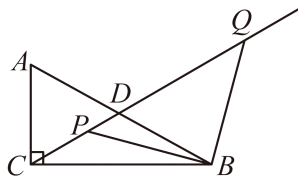


图3

(1) 如图 2, 如果点 P 与点 D 重合, 求证: $PQ = 2PC$;

(2) 如图 3, 如果 $BP = BQ$, 求 PQ 的长;

(3) 设 $CP = x$, $BP = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式.