

2024 学年第一学期八年级数学九月 B 练

一. 选择题 (6*2 = 12)

1. 在下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{x}{3}}$ C. $\sqrt{a^2 + a^4}$ D. $\sqrt{a^2 - b^2}$

2. 下列二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{4a}$ 与 $\sqrt{8a}$

3. 若方程 $(m-1)x^{m^2+1} + 3x + 5 = 0$ 是一元二次方程, 则 m 的值等于 ()

- A. ± 1 B. 1 C. -1 D. 0

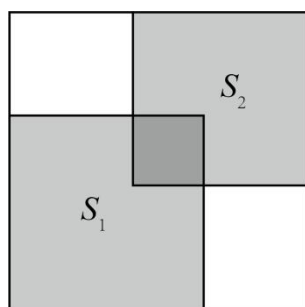
4. 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ B. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 1$
C. $\sqrt{(-4)^2 \times 3} = -4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{(-3) \times (-5)} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

5. 用配方法解方程 $x^2 + 8x - 3 = 0$, 方程变形为 $(x+p)^2 = q$, 则 $p+q =$ ()

- A. 25 B. 24 C. 23 D. 22

6. 如图, 在大正方形纸片中放置两个小正方形, 已知两个小正方形的面积分别为 $S_1 = 18$, $S_2 = 12$, 重叠部分是一个正方形, 其面积为 2, 则空白部分的面积为 ()



- A. 6 B. 16 C. $8\sqrt{6} - 16$ D. $8\sqrt{6} - 8$

二. 填空题 (12*2 = 24)

7. 当_____时, 二次根式 $\sqrt{2+3x}$ 有意义.

8. 已知 $2 < a < 3$, 化简 $\sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(2-a)^2} =$ _____.

9. 等式 $\sqrt{\frac{x+1}{x-5}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-5}}$ 成立的条件是_____.

10. 计算: $\sqrt{18} \div \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} =$ _____.

11. 方程 $2x^2 = x$ 的解是_____.

12. 如果 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 则 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2$ 的值是_____.

13. 不等式 $(2 - \sqrt{5})x > 1$ 的解集是_____.

14. 如果最简根式 $2\sqrt{m^2 - 7}$ 与 $4\sqrt{8m + 2}$ 是同类二次根式, 那么 $m =$ _____.

15. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx - 2024 = 0$ 有一个根为 1, 则 $a + b =$ _____.

16. 已知 $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 5) = 6$, 则 $x^2 + y^2 =$ _____.

17. 已知三角形两边长分别是 2 和 9, 第三边的长为一元二次方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的一个根, 则这个三角形的周长为_____.

18. 人们把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 这个数叫做黄金分割数, 著名数学家华罗庚优选法中的 0.618 法就应用了黄金分割数. 设

$a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 则 $ab = 1$, 记 $S_1 = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}$, $S_2 = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}$, ...,

$S_{10} = \frac{1}{1+a^{10}} + \frac{1}{1+b^{10}}$. 则 $S_1 + S_2 + \dots + S_{10} =$ _____.

三. 解答题 (共 64 分)

19. 计算:

(1) $\sqrt{1\frac{2}{3}} - 2\sqrt{45} - \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

(2) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{7})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) + (3\sqrt{5} - 2)^2$

20. 化简:

(1) $4\sqrt{xy^2} \times \sqrt{\frac{x}{y^3}} \div 10\sqrt{\frac{y}{x^2}}$

(2) $\frac{xy - \sqrt{xy}}{\sqrt{xy} - 1} \div \frac{\sqrt{y} - 2\sqrt{x}}{4x - 4\sqrt{xy} + y}$

21 解方程

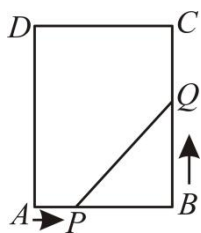
(1) $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x$

(2) $4x^2 - 2x - 1 = 0$ (用配方法)

22. 设 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分为 x ，小数部分为 y ，试求 $x^2 + \frac{1}{2}xy + y^2$ 的值.

23. 已知: $a+b=3$, $ab=1$, 且 $a>b$, 求 $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 的值.

24. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 点 P 从 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1 厘米/秒的速度移动, 点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2 厘米/秒的速度移动, 如果 P 、 Q 分别是 A 、 B 同时出发, 当其中一个点到达终点时, 两个点都停止运动.



(1) 求经过几秒时, $\triangle PBQ$ 的面积等于 8 平方厘米?

(2) $\triangle PBQ$ 的面积能否等于 10 平方厘米, 如果能求出运动的时间, 如果不能, 请说明理由.

25. 配方法是数学中重要的一种思想方法, 这种方法是根据完全平方公式的特征进行代数式的变形, 并结合非负数的意义来解决一些问题. 我们规定: 一个整数能表示成 $a^2 + b^2$ (a, b 是整数) 的形式, 则称这个数为“完美数”. 例如, 10 是“完美数”, 理由: 因为 $10 = 3^2 + 1^2$, 所以 10 是“完美数”.

解决问题:

(1) 下列各数中, “完美数”有_____ (填序号);

①29 ②48 ③13 ④28

(2) 若 $a^2 - 6a + 18$ 可配方成 $(a-m)^2 + n^2$ (m, n 为常数), 则 mn 的值_____;

(3) 已知 $S = a^2 + 4ab + 5b^2 - 12b + k$ (a, b 是整数, k 是常数), 要使 S 为“完美数”, 试求出符合条件的一个 k 值, 并说明理由.

拓展应用:

(4) 已知实数 a, b 满足 $-a^2 + 5a + b - 3 = 0$, 求 $a+b$ 的最小值.