

2025 学年第一学期第二次阶段评估八年级数学试卷

本试卷满分 100 分，时间 90 分钟

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列各组二次根式中，是同类二次根式的为（ ）

- A. $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{9}$ B. $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{2a}$ C. $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ D. $\sqrt{a^2b}$ 和 $\sqrt{ab^2}$

2. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

- A. $(x+1)(x-2) = x^2 - 3$ B. $x + \frac{1}{x} = 2$
C. $3x + y = 2$ D. $3y^2 = 2y - 1$

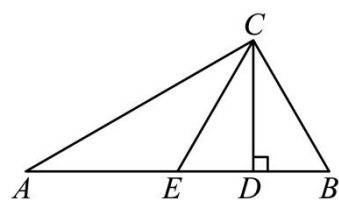
3. 下列命题的逆命题中，真命题的是（ ）

- A. 全等三角形的对应角相等
B. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
C. 关于某一条直线对称的两个三角形全等
D. 对顶角相等

4. 若 x 是整数，且 $\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{5-x}$ 有意义，则 $\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{5-x}$ 的值是（ ）

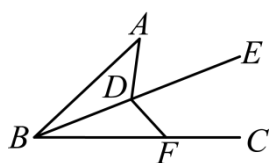
- A. 0 或 5 B. 1 或 3 C. 0 或 1 D. 3 或 5

5. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ， CE 是 ABC 的中线。要说明“三个角分别对应相等的两个三角形全等”是假命题，可以作为反例的两个三角形是（ ）



- A. $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCE$ B. $\triangle BCE$ 和 $\triangle ABC$
C. $\triangle CDE$ 和 $\triangle BCD$ D. $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$

6. 如图， BE 是 $\angle ABC$ 的平分线，点 D 是 BE 上一点，点 F 为直线 BC 上的一个动点。若 $\triangle ABD$ 的面积为 30， $AB = 12$ ，则线段 DF 的长不可能是（ ）



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. $\sqrt{16}$ 的平方根是_____.

8. 三对三篮球赛第一轮采用单循环赛制 (每支队伍与其他队伍只比一场), 共计 45 场比赛. 则有 _____ 支队伍参加比赛.

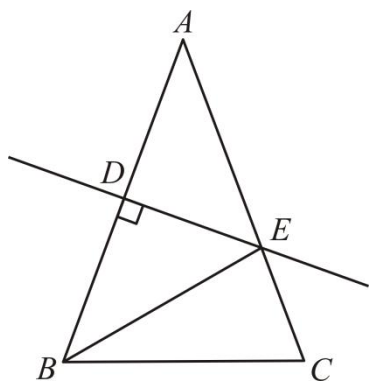
9. 关于 y 的方程 $y(y-2)=4(y-2)$ 的解是 _____.

10. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

11. 在实数范围内因式分解: $x^2-4x-2=$ _____.

12. 化简: 当 $ab < 0$ 时, $\sqrt{24a^2b^3}=$ _____.

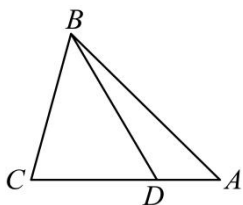
13. 如图, 等腰 ABC 的周长为 13, 底边 $BC=3$, AB 的垂直平分线 DE 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 则 BEC 的周长为_____.



14. 手卷是国画装裱中横幅的一种体式, 以能握在手中顺序展开阅览得名, 它主要由“引首”、“画心”、“拖尾”三部分组成 (这三部分都是矩形形状), 分隔这三部分的其余部分统称为“隔水”. 下图中手卷长 1000cm, 宽 40cm, 引首和拖尾完全相同, 其宽度都为 100cm, 若隔水的宽度为 x cm, 画心的面积为 15200cm^2 , 根据题意, 可列方程是_____.

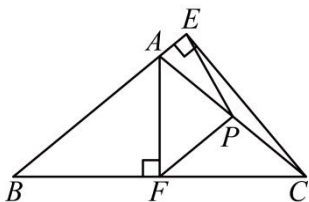


15. 如图, ABC 中, D 为 AC 上一点, $CD=2DA$, $\angle BAC=45^\circ$, $\angle BDC=60^\circ$, 则 $\angle ACB=$ _____°.



16. 元旦期间某商场为了吸引顾客，对某种商品连续两次降价，每次降价的百分率相同. 已知该商品原来每件售价为 750 元，降价两次后每件售价为 480 元，则每次降价的百分率是_____.

17. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 为钝角， AF ， CE 都是这个三角形的高， P 为 AC 的中点，若 $\angle B = 42^\circ$ ，则 $\angle EPF$ 的度数为_____.



18. “两个一元二次方程有且只有一个公共根，这两个方程叫做互为好友方程，这两个公共根叫做好友根.”

例如 $x^2 - x - 2 = 0$ 和 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 就是互为好友方程，好友根为 $x = -1$. 如果 $x^2 - 1 = 0$ 和

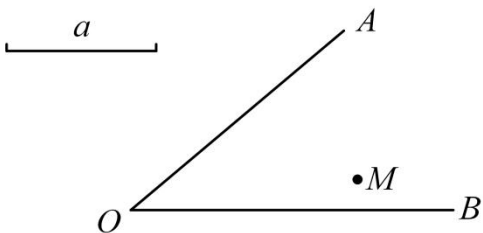
$ax^2 - x - 2 = 0$ 就是互为好友方程，那么 $a =$ _____.

三、简答题（本大题共 4 题，19-21 每题 5 分，22 题 6 分，满分 21 分）

19. 计算： $\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{6}) - (\sqrt{3} - 1)^2 + \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$.

20. 解方程： $2x(x - 3) = x^2 + 7$

21. 如图，已知 $\angle AOB$ 、点 M 及线段 a ，求作点 P ，使点 P 到 OA 、 OB 距离相等且到点 M 距离为 $\frac{1}{2}a$.



22. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k + 1)x + k = 0$ 有实数根，

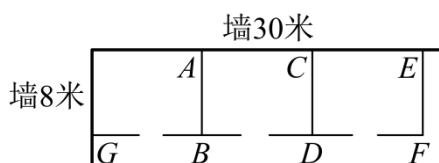
(1) 求 k 的取值范围；

(2) 若 x_1 、 x_2 分别是一元二次方程 $kx^2 - (2k + 1)x + k = 0$ 的两个实数根，是否存在实数 k ，使得

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$ ，若存在，请求出 k 的值，若不存在，请说明理由.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23 题 6 分、第 24 题 8 分, 第 25 题 11 分, 满分 25 分)

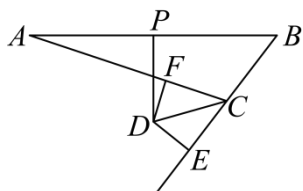
23. 云栖小小 mall 的经营者要把如图所示的区域分隔成三个面积相同的商铺出租. 已知铺面两面靠墙, 墙长分别为 8 米和 30 米, 三间商铺都在沿街开一个 1 米宽的门. 经营者共用去板材 45 米 (不计损耗).



(1) 若三间商铺总面积为 180m^2 , 求每间商铺的长和宽分别是多少?

(2) 小王作为个体经商户, 希望同时租下三间铺面开设不同的商铺, 但要求在不增加板材的基础上, 使这三间商铺的总面积达到最大. 已知商铺的租金为每月每平方米 200 元, 请问小王每月需要付给经营者多少租金?

24. 如图, CD 是 $\angle ACE$ 的平分线. DP 垂直平分 AB 于点 P , $DF \perp AC$ 于点 F , $DE \perp BC$ 于点 E .



(1) 求证: $AF = BE$;

(2) 若 $BC = 6\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$, 则 $CE =$ _____.

25. 【图形新发现】小普同学发现: 如果一个三角形的一条角平分线与一条中线互相垂直, 那么这个三角形的某两条边必有倍半关系.

如图 1, 已知在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AE \perp BD$, 垂足为点 F .

(1) 根据图 1, 写出 $\triangle ABC$ 中小普同学所发现的结论, 并给出证明;

【图形再探究】现将小普同学所研究的三角形称为“线垂”三角形, 并将被这条内角平分线所平分的内角叫做“分角”. 下面我们跟着小普同学再探究:

(2) 在如图 1 中, “线垂”三角形 $\triangle ABC$ 是否可以是直角三角形? 如果可以, 求 $\angle DBC$ 的度数; 如果不可以, 请说明理由;

(3) 已知线段 MN , 是否存在一点 P , 使得以 MN 为一边的“线垂”三角形 PMN 为等腰三角形? 如果存在, 请在图 2 中用直尺和圆规做出 $\angle PMN$ 为“分角”的“线垂”等腰三角形 PMN (不写作法, 仅保留作图痕迹, 在图中清楚地标注出点 P), 并用文字语言归纳表述成一条与“线垂”等腰三角形的边或角有关的真命题; 如果不存在, 请说明理由.

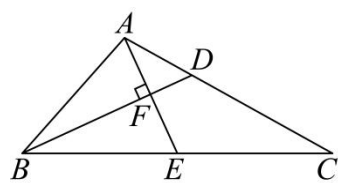


图1

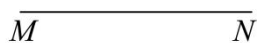
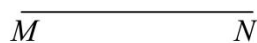


图2



备用图