

2025 学年第一学期期中质量检测

初二年级数学试卷

(完卷时间: 100 分钟 分值: 150 分)

一、选择题(本大题共 6 题, 每 4 分, 满分 24 分)

1. 下列方程中有实数解的是 ()

- A. $x^2 + 3x + 4 = 0$ B. $\sqrt{x} - 1 = 1 - x$ C. $\frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3}$ D. $\frac{1}{x^2 + 2} = -\frac{5}{3}$

2. 下列 y 关于 x 的函数中, 在其定义域内, y 的值随 x 的增大而增大的函数是 ()

- A. $y = -\frac{1}{3}x$ B. $y = \frac{3}{x}$ C. $y = -\frac{2}{x}$ D. $y = 3x - 4$

3. 当 $k > 0, b < 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 综合实践课上, 老师发给每人一张印有 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的卡片, 如图 1, 然后要求同学们画一个与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 全等的三角形. 小张同学先画出了 $\angle MB'N = 90^\circ$ 后, 后续的作图步骤如图 2 所示, 则能判定

$\text{Rt}\triangle A'B'C' \cong \text{Rt}\triangle ABC$ 的依据是 ().

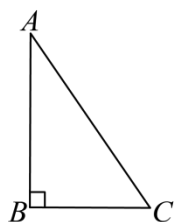


图1

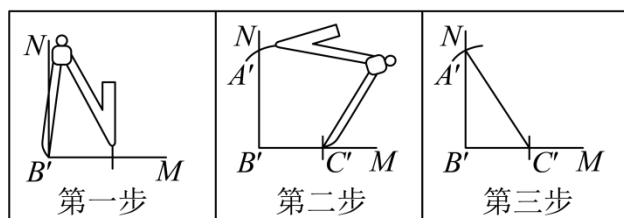
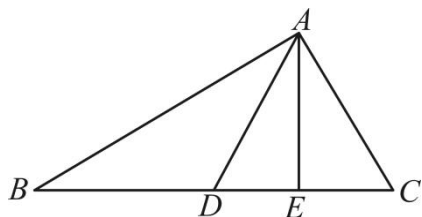


图2

- A. SAS B. AAS C. SSS D. 直角三角形全等的判定定理

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, AD 是斜边 BC 的中线, AE 是斜边 BC 的高, 如果 AE 恰好是 DC 边上的中线, 下列结论错误的是 ()



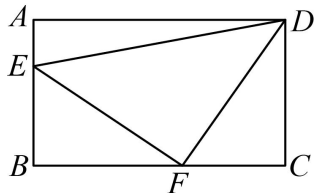
- A. $AD = CD$ B. $AD = 2CE$

C. $AB = 2AE$

D. $AB = 3DE$

6. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB < BC$, 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, 联结 DE 、 DF 、 EF , $AB = a, BE = CF = b, DE = c, \angle BEF = \angle DFC$, 以下两个结论: ① $(a+b)^2 + (a-b)^2 = c^2$;

② $a+b > \frac{\sqrt{2}}{2}c$. 其中判断正确的是 ()



A. ①②都正确

B. ①②都错误;

C. ①正确, ②错误

D. ①错误, ②正确

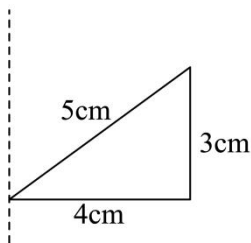
二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果一次函数 $y = 3x - 2$ 的图像经过点 $(a, 2)$, 则 $a =$ _____.

8. 一次函数 $y = x - 5$ 在 y 轴上的截距是_____.

9. 用换元法解方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{2(x^2-1)}{x} = 3$, 若设 $\frac{x}{x^2-1} = y$, 那么所得到的关于 y 的整式方程为_____.

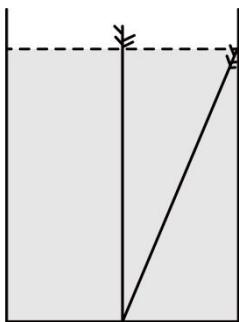
10. 如图, 将该图形以虚线为轴旋转一周形成一个几何体, 体积是_____. (结果保留 π)



11. 如果直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 过第二、三、四象限, 与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$, 那么关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.

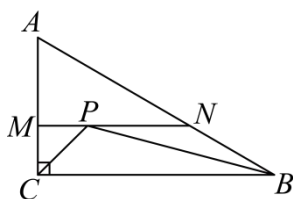
12. 直线 $y = 2x + b$ 被两坐标轴截得的线段长度为 5, 则 $b =$ _____.

13. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题: “今有池方一丈, 葭 (jiā) 生其中央, 出水一尺, 引葭赴岸, 适与岸齐问水深几何?” (注: 丈、尺是长度单位, 1 丈=10 尺) 这段话翻译成现代汉语, 即为: 如图, 有一个水池, 水面是一个边长为 1 丈的正方形, 在水池正中央有一根芦苇, 它高出水面 1 尺, 如果把这根芦苇拉向水池一边的中点, 它的顶端恰好到达池边的水面. 则水池里水的深度是_____尺.

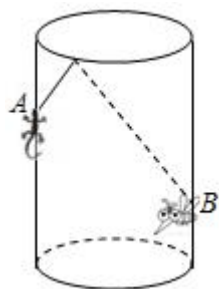


14. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, 方程 $\frac{3}{x} + \frac{6}{x-1} = \frac{x+m}{x-x^2}$ 会产生增根.

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CP 平分 $\angle ACB$, BP 平分 $\angle ABC$, $\angle ABP = 15^\circ$, 过点 P 作 $MN \parallel BC$, 分别交 AC 、 AB 于 M 、 N , 设 $AB = 12$, 则 $\triangle AMN$ 周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. 如图, 圆柱形容器中, 高为 8cm , 底面周长为 24cm , 在容器内壁离容器底部 2cm 的点 B 处有一蚊子, 此时一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 3cm 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ (容器厚度忽略不计).



17. 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成一个二元二次方程组, 它的解是 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}$,

这个二元二次方程组可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 4$, $AB = a$, 将 $\triangle ABC$ 沿着斜边 BC 翻折, 点 A 落在点 A_1 处, 点 E 为边 BC 的中点, 过 B 作 AB 的平行线交 A_1B 所在直线于点 F , 连结 A_1E , 如果 $\triangle A_1EF$ 为直角三角形时, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 解下列关于 x 的方程:

(1) $6 - bx^2 = x^2 + 2 (b \neq -1)$

(2) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+4} = 1$

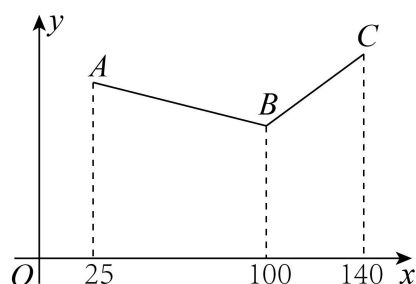
20. 解方程组: $\begin{cases} x+2y=12 \\ x^2-4xy+4y^2-4=0 \end{cases}$

21. 在疫情防控常态化背景下, 每周需要对面积为 4800 平方米的仓库进行一次全面消毒工作. 最初采用人工操作完成消毒任务. 为提高效率采用机器人消毒, 机器人消毒每分钟消毒面积比人工操作多 60 平方米, 并且提前 40 分钟完成消毒任务. 求人工操作每分钟消毒面积为多少平方米.

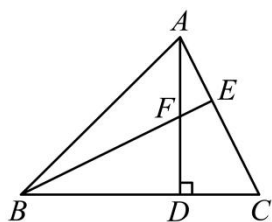
22. 某款轿车每行驶 100 千米的耗油量 y 升与其行驶速度 x 千米/小时之间的函数关系图像如图所示, 其中线段 AB 的表达式为 $y = -\frac{1}{25}x + 13 (25 \leq x \leq 100)$, 点 C 的坐标为 $(140, 14)$, 即行驶速度为 140 千米/小时该轿车每行驶 100 千米的耗油量是 14 升.

(1) 求线段 BC 的表达式;

(2) 如果从甲地到乙地全程为 260 千米, 其中有 60 千米限速 50 千米/小时的省道和 200 千米限速 120 千米/小时的高速公路, 那么在不考虑其他因素的情况下, 这款轿车从甲地行驶到乙地至少需要耗油多少升?



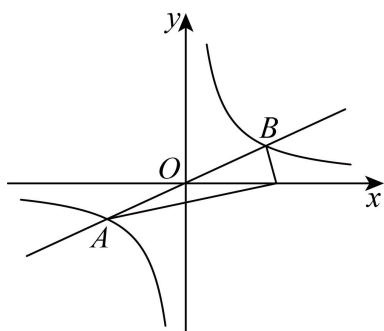
23. 已知, 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的高, E 为 AC 上一点, BE 交 AD 于 F , 且有 $BF = AC$, $FD = CD$.



(1) 求证: $BE \perp AC$

(2) 过点 A 作 $AH \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 H , 连接 DE , 如果 $AH^2 = 2BD^2$, 画出符合题意的图形, 并证明: $DE = \frac{1}{2}AC$.

24. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1: y = kx$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像交于点 $A(a, -1)$ 和点 B



(1) 求 k 的值:

(2) 将直线 l_1 沿 x 轴方向平移 m ($m > 0$) 个单位后得到直线 l_2 . 直线 l_2 与 x 轴交于点 C .

①如果点 C 在 x 轴的正半轴上, 连接 AC , 且 $\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形, 求 m 的值:

②如果 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 求平移后直线 l_2 的函数关系式

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAC = 30^\circ$, D 是射线 CA 上一点(不与点 A 、 C 重合), 过点 D 作直线 AB 的垂线, 垂足为点 E , M 是 BD 的中点

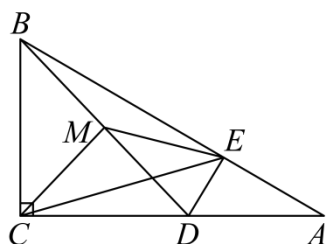
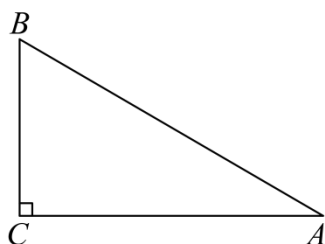


图1



备用图

(1) 求证: $CM = EM$;

(2) 当点 D 在边 CA 上时, 如果设 $AD = x$, $CM = y$, 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 当 $\angle ABD = 15^\circ$ 时, 求 $\triangle CME$ 的面积.