

初二数学

(满分 100 分, 时间 120 分钟. 所有答案都写在答题卡上.)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

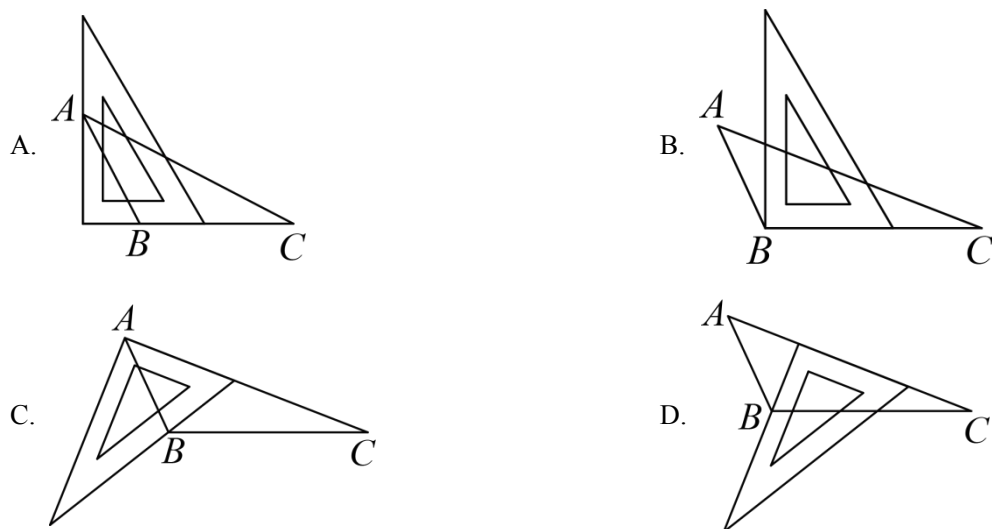
1. 下列各组数中, 是勾股数的一组是 ()

- A. 2, 3, 4 B. 0.3, 0.4, 0.5 C. 4, 4, 7 D. 5, 12, 13

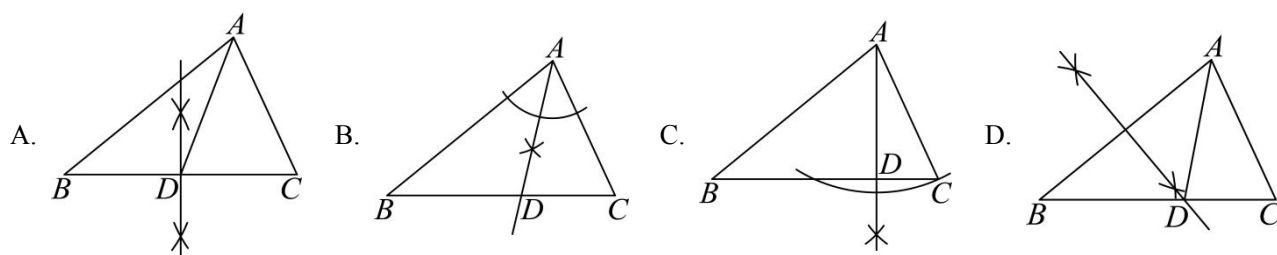
2. 下列各式从左到右的变形, 属于因式分解的是 ()

- A. $16x^2y^3 = 2xy^2 \cdot 8xy$ B. $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
C. $x^2 - xy + y^2 = (x-y)^2 + xy$ D. $2x - 2y = 2(x-y)$

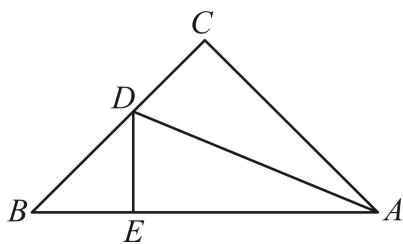
3. 用三角板作 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高, 下列三角板的摆放位置正确的是 ()



4. 已知 $\triangle ABC$, 下列尺规作图的方法中, 能确定 $\angle BAD = \angle CAD$ 的是 ()



5. $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于 D , $DE \perp AB$ 于 E , 若 $AB = 8 \text{ cm}$, 则 $\triangle DEB$ 的周长是 ()



- A. 4cm B. 5cm C. 6cm D. 8cm

6. 若分式 “ $\frac{x-1}{x^2-\square} \cdot \frac{x+2}{x}$ ”，可以进行约分化简，则 “ $\square$ ” 不可以是 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. x

7. 某市为美化城市环境，计划种植树木 50 万棵，由于志愿者的加入，实际每天植树比原计划多 20%，结果提前 10 天完成任务，设原计划每天植树 x 万棵，则列方程为 ()

- A. $\frac{50}{20\%x} - \frac{50}{x} = 10$ B. $\frac{50}{x} - \frac{50}{20\%x} = 10$
C. $\frac{50}{(1+20\%)x} - \frac{50}{x} = 10$ D. $\frac{50}{x} - \frac{50}{(1+20\%)x} = 10$

8. 如图 1 的图案称“赵爽弦图”，是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的，它由四个全等的直角三角形围成一个大正方形，中间是个小正方形，我们在此图形中连接四条线段得到如图 2 的图案，记阴影部分的面积为 S_1 ，空白部分的面积为 S_2 ，大正方形的边长为 m ，小正方形的边长为 n ，若 $S_1 = S_2$ ，则 $\frac{n}{m}$ 的值为 ()

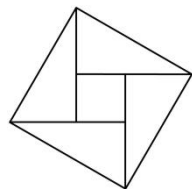


图1

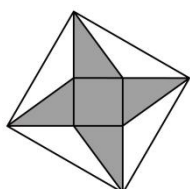


图2

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分)

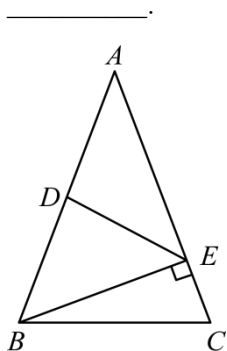
9. 因式分解: $3x^2 - 6x = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 若式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 分式 $\frac{5c}{a^2b}$, $\frac{b}{2ac}$ 的最简公分母是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $\sqrt{12}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2a-1}$ 是同类二次根式，则 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

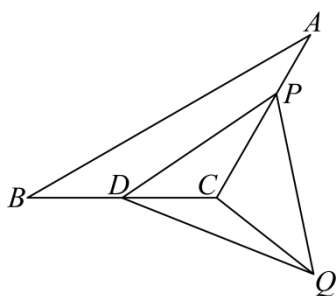
13. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 的中点， $BE \perp AC$ ，垂足为 E . 若 $DE = 5$ ， $AE = 8$ ，则 BE 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数，则 m 的取值范围为_____.

15. 已知 a, b 为有理数， m, n 分别表示 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分和小数部分，且 $amn + bn^2 = 1$ ，则 $2a + b =$ _____.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 120^\circ$ ， $AC = BC = 4$ ，点 D 是 BC 的中点，点 P 是 AC 边上的一个动点，连接 PD ，以 PD 为边在 PD 的下方作等边 $\triangle DPQ$ ，连接 CQ ，则 CQ 的最小值是_____.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 68 分）

17. 计算：

$$(1) (-1)^{2025} + (\sqrt{2} + 1) \times (\sqrt{2} - 1) - \left| -3 \times \frac{1}{3} \right|$$

$$(2) (2\sqrt{3} - \sqrt{6}) \times \sqrt{12}.$$

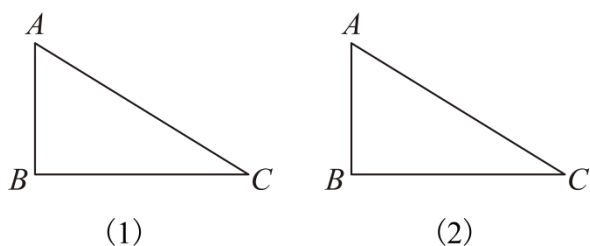
18. 解方程：

$$(1) \frac{7}{x-3} = \frac{5}{x};$$

$$(2) \frac{1-2x}{x-2} = 2 + \frac{3}{2-x}.$$

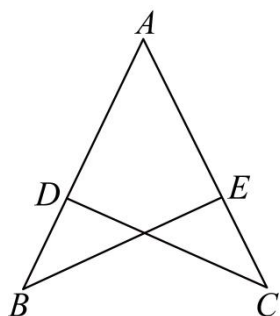
19. 先化简，再求值： $\frac{a+1}{a-3} - \frac{a-3}{a+2} \div \frac{a^2-6a+9}{a^2-4}$ ，其中 $a = \sqrt{6} + 3$.

20. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，利用无刻度的直尺和圆规完成下列作图.



- (1) 在如图 (1) 边 BC 上求作一点 D , 使点 D 到点 A 、 C 两点的距离相等;
- (2) 在如图 (2) 边 BC 上求作一点 E , 使得 $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACE}} = \frac{AB}{AC}$.

21. 如图, 点 D 在 AB 上, E 在 AC 上, $AB = AC$, $\angle B = \angle C$, 求证: $AD = AE$.

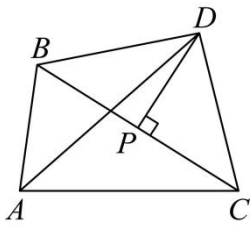


22. 2025 年春晚舞台上, 宇树科技的人形机器人以一身喜庆的大红棉袄亮相, 随着秧歌舞步灵活扭动, 手中的红手绢在空中划出流畅弧线. 这场表演不仅让观众惊叹于机器人动作的精准协调, 更因“机器人舞团”在舞蹈时队形变化整齐无误, 成为社交媒体热议的焦点. 某公司计划购买 A 、 B 两种机器人进行销售. 已知每个 B 种机器人比 A 种机器人贵 5 万元, 用 1200 万元购进 A 种机器人的数量是用 650 万元购进 B 种机器人数量的 2 倍. 求购买一个 A 种机器人、一个 B 种机器人各需多少万元?

23. 在一次“探究性学习”中, 老师设计了如下数表:

n	2	3	4	5	6	...
a	$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	$6^2 - 1$	...
b	4	6	8	10	12	...
c	$2^2 + 1$	$3^2 + 1$	$4^2 + 1$	$5^2 + 1$	$6^2 + 1$...	

- (1) 观察上表, 用含 n ($n > 1$ 且 n 为整数) 的代数式表示 a , b , c , 则 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.
- (2) 在 (1) 的条件下判断: 以 a , b , c 为边的三角形是否为直角三角形? 证明你的结论.
24. 如图, DP 所在直线是 BC 的垂直平分线, 垂足是点 P , DP 与 $\angle BAC$ 的平分线相交于点 D ,



(1) 如果 $AB=3$, $AC=5$, $S_{\triangle ACD}=10$, 那么 $S_{\triangle ABD} =$ _____

(2) 若 $\angle BAC=86^\circ$, 求 $\angle BDC$ 度数.

25. 【阅读材料】小明在学习二次根式时, 发现一些含根号的式子可以化成另一个式子的平方, 如:

$$5-2\sqrt{6}=(2+3)-2\sqrt{2\times 3}=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2,$$

$$8+4\sqrt{3}=(2+6)+2\sqrt{12}=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2+2\sqrt{2}\times\sqrt{6}=(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2,$$

【类比归纳】

(1) 仿照小明的方法将 $7-2\sqrt{10}$ 化成另一个式子的平方: $7-2\sqrt{10} =$ _____;

(2) 请运用小明的方法化简: $\sqrt{13-4\sqrt{10}}$.

(3) 将式子化成平方的形式: $x+5+4\sqrt{x+1} =$ _____.

(4) 已知 a, b 为非负实数, $\therefore a+b-2\sqrt{ab}=(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geq 0$,

$\therefore a+b\geq 2\sqrt{ab}$, 当且仅当 “ $a=b$ ” 时, 等号成立. 这个结论就是著名的 “均值不等式”. 请利用均值不

等式解决: 当 x 为何值时, $\frac{x+3\sqrt{x+2}+5}{\sqrt{x+2}+1}$ 有最小值? 求出该最小值.

26. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是长方形, $\angle A=\angle B=\angle C=\angle ADC=90^\circ$, $AD=BC$, $AB=CD$, $AD=6$, $AB=10$, 点 E 是 AB 边上一点, 连接 DE , 过点 E 作 DE 的垂线, 交 BC 于点 F , 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 所在直线翻折得到 $\triangle EFG$, 其中点 G 是点 B 的对应点.

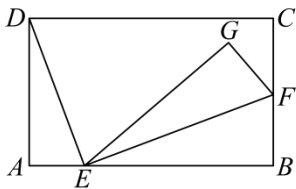


图1

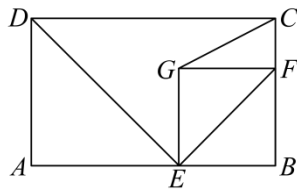


图2

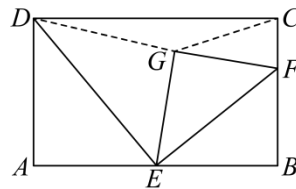


图3

(1) 如图 2, 连接 CG , 若 $\angle AED=45^\circ$, 直接写出 CG 的长为 _____;

(2) 连接 DG , 若 $\triangle DEG$ 是以 DE 为腰的等腰三角形时, 求 AE 的长;

(3) 如图 3, 连接 CG , 若 FG 的延长线正好经过点 D , 直接写出 $\triangle CDG$ 的面积为 _____.