

桃李园实验学校 2024 学年第一学期第一次质量调研

八年级数学试卷

本卷满分 100 分，完成时间 90 分钟

一、单选题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列说法正确的个数

① 2 的平方根是 $\sqrt{2}$ ； ② $\sqrt{5a}$ 与 $\sqrt{0.2a}$ 是同类二次根式；

③ $\sqrt{2}-1$ 与 $\sqrt{2}+1$ 互为倒数； ④ $\sqrt{3}-2$ 的绝对值是 $2-\sqrt{3}$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知 $4 < a < 7$ ， $\sqrt{(a-4)^2} + \sqrt{(a-7)^2}$ 化简后为（ ）

A. 3 B. -3 C. $2a-11$ D. $11-2a$

3. 已知： $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ， $b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ，则 a 与 b 的关系是（ ）

A. $a-b=0$ B. $a+b=0$ C. $ab=1$ D. $a^2=b^2$

4. 把 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}$ 根号外的因式移入根号内，其结果是（ ）

A. $\sqrt{1-a}$ B. $-\sqrt{1-a}$ C. $\sqrt{a-1}$ D. $-\sqrt{a-1}$

5. 若化简 $\sqrt{x^2-8x+16} - |1-x|$ 的结果为 $5-2x$ ，则 x 的取值范围是（ ）

A. 为任意实数 B. $1 \leq x \leq 4$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq 4$

6. 设等式 $\sqrt{a(x-a)} + \sqrt{a(y-a)} = \sqrt{x-a} - \sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立，其中 a 、 x 、 y 是两两不同的实数，

则 $\frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值是（ ）

A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{5}{3}$

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 已知 $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + 5$ ，则 $\frac{y}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $x^2 = \sqrt{3}x$ 的根是_____.

9. 要使式子 $\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____；

10. $\sqrt{a-3}$ 的有理化因式可以是 ____, $\sqrt{a}-3$ 的有理化因式可以是 ____.

11. 不等式 $\sqrt{2x}-3 > \sqrt{3x}$ 的解集为_____.

12. 已知关于 $x=1$ 的一元二次方程 $x^2-4x-a=0$ 的一个实数根, 则另一个根是_____

13. 已知 $x^{|k|}-\sqrt{1-k}x+\frac{1}{2}=0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 k 的值为_____.

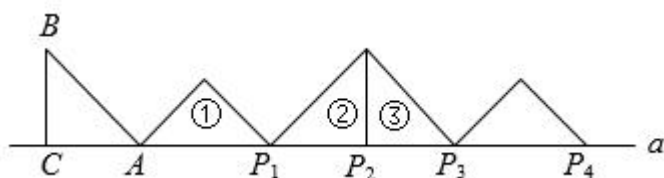
14. 若最简根式 $a+2b\sqrt{2a+b+3}$ 和 $\sqrt{a-2b}$ 是同类二次根式, 则 $a+b$ 的平方根是_____.

15. 三角形两边的长分别是 3 和 4, 第三边的长是方程 $x^2-12x+35=0$ 的根, 则该三角形的周长为_____.

16. 已知 $0 < a < 1$, 则 $\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}}-2 \div \left(1-\frac{1}{a}\right) =$ _____.

17. 若实数 x, y 满足 $x^2+y^2-4x=2y-5$, 则 $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}$ 的值是_____

18. 如图, 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=1$, 且 AC 边在直线 a 上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到位置①可得到点 P_1 , 此时 $AP_1=\sqrt{2}$; 将位置①的三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②, 可得到点 P_2 , 此时 $AP_2=1+\sqrt{2}$; 将位置②的三角形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③, 可得到点 P_3 , 此时 $AP_3=2+\sqrt{2}$; ..., 按此规律继续旋转, 直至得到点 P_{2014} 为止. 则 $AP_{2014} =$ _____.



三、解答题 (19-26 题每题 5 分, 27、28 题每题 6 分, 共 58 分)

19. 化简: $\frac{1}{3}\sqrt{9a}-2a\sqrt{\frac{1}{a}}+8\sqrt{\frac{a}{16}}$.

20. 计算: $\sqrt{8}-\sqrt{27}-|1-\sqrt{2}|+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

21. 化简: $\frac{1}{3}\sqrt{-\frac{x^2}{y}} \cdot \left(-4\sqrt{-\frac{y^2}{x}}\right) \div \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1}{x^3y}}$.

22. 解方程: $5x+2=(3x-1)(2x+2)$ (公式法).

23. 解方程: $3x^2-8x-3=0$ (配方法)

24. 解方程: $(2x+1)^2 = -6x-3$.

25. 解方程: $4(x+3)^2 - 9(x-3)^2 = 0$.

26. 先化简: $\frac{ba^3 - ab^3}{a+b}$ 求当 $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 时的值.

27. 先阅读下列解答过程, 然后再解答:

形如 $\sqrt{m+2\sqrt{n}}$ 的化简, 只要我们找到两个正数 a, b , 使 $a+b=m$, $ab=n$, 使得 $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = m$,

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{n}$, 那么便有: $\sqrt{m+2\sqrt{n}} = \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} + \sqrt{b} (a > b)$

例如: 化简 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

解: 首先把 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 化为 $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$, 这里 $m=7, n=12$, 由于 $4+3=7, 4 \times 3=12$, 即:

$(\sqrt{4})^2 + (\sqrt{3})^2 = 7, \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12},$

所以 $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2\sqrt{12}} = (\sqrt{4} + \sqrt{3})^2 = 2 + \sqrt{3}.$

问题:

① 填空: $\sqrt{4+2\sqrt{3}} =$ _____, $\sqrt{9+4\sqrt{5}} =$ _____;

② 化简: $\sqrt{19-4\sqrt{15}}$ (请写出计算过程)

28. 小明在学习配方法时, 将关于 x 的多项式 $x^2 - 2x + 3$ 配方成 $(x-1)^2 + 2$, 发现当 $x-1$ 取任意一对互为相反数的数时, 多项式 $x^2 - 2x + 3$ 的值是相等的. 例如: 当 $x-1 = \pm 2$ 时, 即 $x=3$ 或 -1 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 6; 当 $x-1 = \pm 3$ 时, 即 $x=4$ 或 -2 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 11.

于是小明给出一个定义: 对于关于 x 的多项式, 若当 $x-t$ 取任意一对互为相反数的数时, 该多项式的值相等, 就称该多项式关于 $x=t$ 对偶, 例如 $x^2 - 2x + 3$ 关于 $x=1$ 对偶.

请你结合小明的思考过程, 运用此定义解决下列问题:

(1) 多项式 $x^2 - 8x + 10$ 关于 _____ 对偶;

(2) 当 $x=m$ 或 $9-m$ 时, 关于 x 的多项式 $x^2 + 2bx + c$ 的值相等, 求 b 的值;

(3) 若整式 $(x^2 + 8x + 16)(x^2 - 4x + 4)$ 关于 $x=n$ 对偶, 求 n 的值.