

明珠中学 2024 学年第一学期八年级数学期中学科活动

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分):

1. 下列各组二次根式中, 属同类二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $-\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{4a}$ 与 $\sqrt{8a}$

2. 下列方程是一元二次方程的是 ()

- A. $2^2x - 1 = 0$ B. $x - \frac{1}{x} = 0$
C. $(x+1)(x+4) = x(x-2)$ D. $(x+3)(x-3) + 4 = 0$

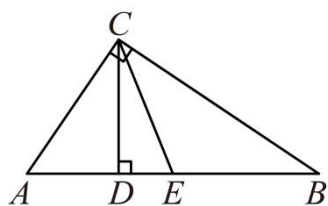
3. 关于 x 的方程 $(x+2)(x-3) - m^2 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

4. 到三角形三个顶点距离都相等的点是 ()

- A. 三角形的三条角平分线的交点
B. 三角形的三边垂直平分线的交点
C. 三角形的三条高线的交点
D. 三角形的三条中线的交点

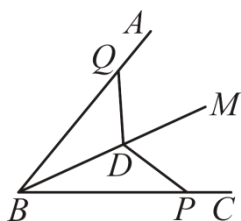
5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$. 线段 CD 、 CE 分别为 $\triangle ABC$ 的高和中线, 下列说法中错误的是 ()



- A. $\angle B = \angle ACD$ B. $\angle BCE = \angle ACD$
C. $2CE = AB$ D. $2AC = AB$

6. 如图, BM 是 $\angle ABC$ 的平分线, 点 Q 、 D 分别在 BA 、 BM 上, 点 P 为直线 BC 上的一个动点, 如果 $BQ = 6$,

$\triangle BDQ$ 的面积为 9, 那么线段 DP 的长不可能是 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5.5

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分):

7. $\sqrt{(3-2x)^2} = 2x-3$, x 的取值范围是_____.

8. 方程 $x(x-2) = x$ 的根是_____.

9. 将一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 配方后可得 $(x+m)^2 = n$, 那么 $m-n =$ _____.

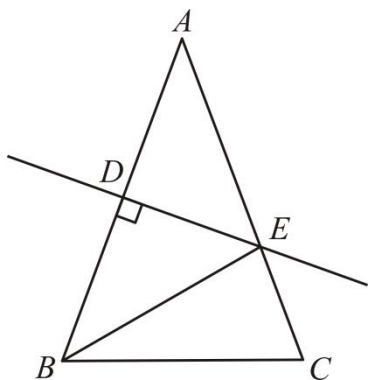
10. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 2x - 1 =$ _____.

11. 国庆期间, 南京东路某商场为了吸引游客, 对某种商品连续两次降价, 每次下降百分率相同. 已知该商品原售价为 875 元, 降价两次后的售价为 560 元, 若设下降的百分率为 x , 那么根据题意可以列方程为_____.

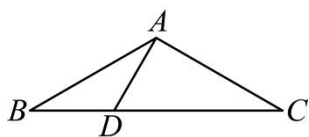
12. 命题“全等三角形的对应角相等”的逆命题是_____命题. (填“真”或“假”)

13. 经过已知线段 AB 的两个端点的圆的圆心轨迹是_____.

14. 如图, 等腰 ABC 的周长为 13, 底边 $BC = 3$, AB 的垂直平分线 DE 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 则 BEC 的周长为_____.

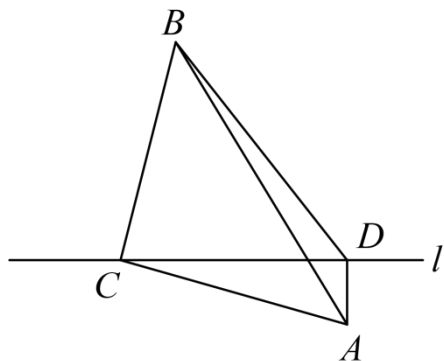


15. 如图, 在 ABC 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 连接 AD , $AD = DB$, 若 $AD = \sqrt{3}$, 那么 $BC =$ _____.

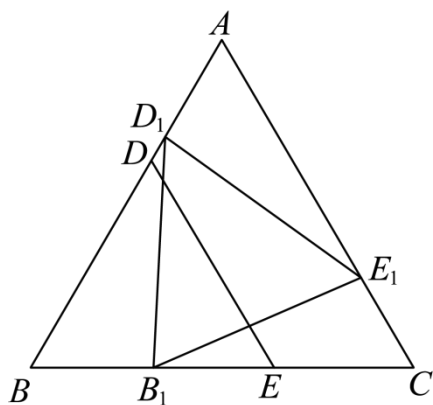


16. 如图, 等腰 $Rt\triangle ABC$ 的直角顶点 C 在直线 l 上, $AD \perp$ 直线 l 于点 D , 若 $CD = 2\sqrt{2}$, 则 $\triangle BCD$ 的面

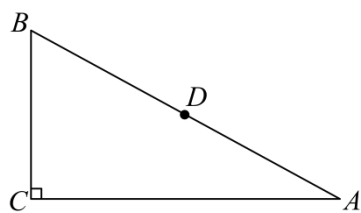
积为_____.



17. 如图, 等边 ABC 的边长为 6, $DE \parallel AC$, 将 $\triangle DBE$ 按照某一点旋转至得到 $\triangle D_1B_1E_1$, 点 D_1 、 B_1 、 E_1 分别在边 AB 、 BC 、 AC 上, 那么五边形 $DECE_1D_1$ 的周长为_____.



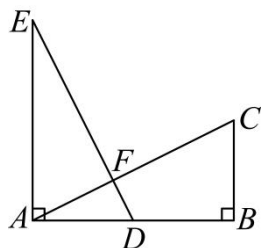
18. 如图, 在 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 2\sqrt{3}$, $AC = 6$, 点 D 为斜边 AB 的中点, 点 E 在边 AC 上, 连结 DE , 若线段 DE 的垂直平分线恰好经过边 AC 的中点 P , 则线段 $AE =$ _____.



三. 解答题: (本大题共 8 题, 满分 78 分):

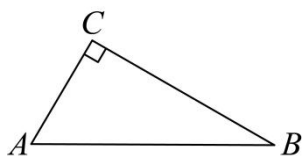
19. 解方程: $x(x-6) = 2(x-8)$.

20. 如图, 点 D 为 AB 的中点, $EA \perp AB$, $CB \perp AB$, $AE = AB = 2BC$, AC 与 DE 交于点 F .



- (1) 求证: $\triangle EAD \cong \triangle ABC$;
 (2) 连接 EC , 求证: $EC = ED$.

21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 4$, $BC = 4\sqrt{3}$.



- (1) 求点 C 到边 AB 的距离;
 (2) 若点 P 在边 AB 上, 联结 CP , CP 平分 $\angle ACB$, 求线段 AP 的长.
22. 在一节数学探究课上老师提供了若干张直角边分别为 x 、 1 ($x > 1$) 的直角三角形纸板, 如图1所示. 经过同学们探究后得出如下结论: 选用若干张这样的纸片可以互不重叠的拼成一个大正方形, 并且内部留下一个“空隙”是一个较小的正方形, 图2是同学们的一种拼法.

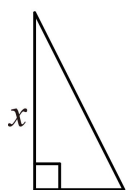


图1

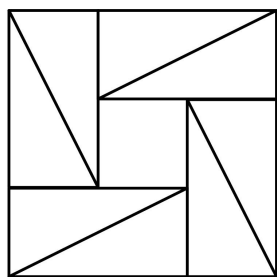


图2

- (1) 若图2中大正方形的面积是“空隙”小正方形面积的9倍, 求 x 的值;
 (2) 请你选择若干张纸片拼出一个符合探究结论的图形 (与图2不同), 画出示意图并直接用含 x 的代数式表示大正方形、小正方形的面积.

23. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上, 连接 AD 、 CE .

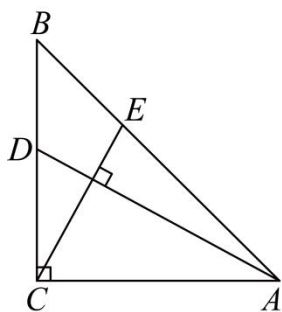


图1

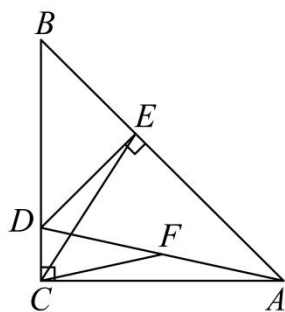


图2

- (1) 如图1, 若 $CE \perp AD$, $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BCE$, 求证: $AD = 2CD$;
 (2) 如图2, 连接 DE , 若 $DE \perp AB$, 点 F 为 AD 的中点, 连接 CF 、 CE , 求 $\angle ECF$ 的大小.

24. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个实数根为 α 、 β ，那么 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ， $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，这就是一元二次方程的根与系数的关系。利用该结论，不解方程便可以求二次方程的两根之和与积，例如

$$2x^2 + x - 3 = 0 \text{ 的两个根分别为 } \alpha、\beta. \text{ 则 } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}.$$

(1) 小聪同学喜爱思考，他发现利用根与系数的关系不仅可以求解两根之和与两根之积，还可求解方程两根的倒数和。不解方程，请求一元二次方程 $2x^2 + x - 3 = 0$ 的两个根的倒数和。

(2) 小明同学酷爱数学，他进一步研究根与系数的关系，发现了一种解一元二次方程的新方法。例如方程 $2x^2 - 3x - 7 = 0$ ， $\therefore a = 2$ 、 $b = -3$ 、 $c = -7$ ， $\therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$ ， $x_1 x_2 = -\frac{7}{2}$ 。

设 $x_1 = \frac{3}{4} + k$ ， $x_2 = \frac{3}{4} - k$ ，则 $x_1 x_2 = \left(\frac{3}{4} + k\right)\left(\frac{3}{4} - k\right) = \frac{7}{2}$ ，即 $\frac{9}{16} - k^2 = -\frac{7}{2}$ ，解得 $k = \pm \frac{\sqrt{65}}{4}$ ，所以原

方程的解为 $x_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{65}}{4}$ 、 $x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{65}}{4}$ 。请利用小明的方法解方程 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 。

(3) 小睿同学善于发现，他对三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 的根与系数关系作了探究，将该方程

两边同时除以 a 可得 $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$ 。若该方程的三个根分别为 α 、 β 、 γ ，则

$(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$ ，将其展开后为 $x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0$ ，于是

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \frac{c}{a}$ 、 $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$ 。若三次方程 $x^3 - x^2 - 3x - 10 = 0$ 的三个根分别为 α 、

β 、 γ ，且 $\mu = -\alpha + \beta + \gamma$ 。请先说明 $\mu + 2\alpha = 1$ 、再直接（不必书写过程）写一个三次方程且使得该三次方程的三个根分别为 $-\alpha + \beta + \gamma$ 、 $\alpha - \beta + \gamma$ 、 $\alpha + \beta - \gamma$ 。

25. 已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 P 在角平分线 CD 的延长线上。

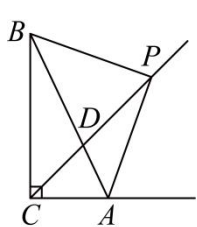


图1

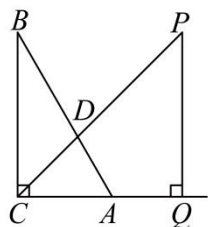


图2

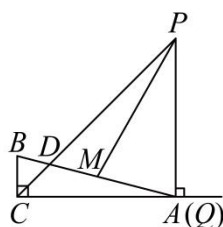


图3

(1) 如图1，连接 PA 、 PB ， $PA = PB$ ，求证， $PA \perp PB$ ；

(2) 过点 P 作 $PQ \perp CA$ ，垂足为点 Q ；

①如图2，若 $PQ = BC$ 、 $AQ = AD$ ，求 $\angle B$ 的度数；

②如图 3, 若垂足点 Q 恰好与点 A 重合, 点 M 在线段 AB 上, 且点 M 在线段 CA 的垂直平分线上, 连接 PM , $PM = PA$. 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 求 ABC 的面积.