

华曜初中 2025 学年第一学期初二年级 12 月阶段性练习数学试卷

满分：150 分，时间：100 分钟

(请将所有解答写在答题纸上相应区域)

一、选择题 (每题有且仅有一个正确答案, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 点 $A(-3, a)$, 点 $B(-1, b)$ 都在直线 $y = \frac{1}{2}x + k$ 上, 则 a, b 的大小关系是 ()

- A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 无法确定

2. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

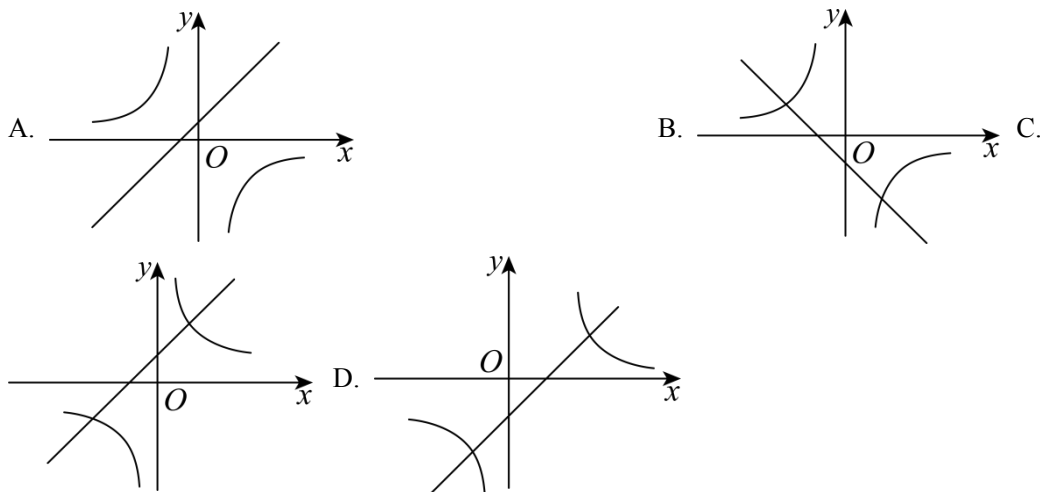
① $y = -3x$, ② $y = 2x^{-1} + 3$, ③ $y = kx + b$, ④ $y = x + \pi^2$, ⑤ $y = 1 - \frac{2}{x}$

- A. ①② B. ①③④ C. ①④ D. ①②③④⑤

3. 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 具有中心对称性的四边形是平行四边形
B. 菱形的两条对角线互相垂直平分
C. 矩形的每一组邻角都相等
D. 平行四边形四个顶点的两两连接的线段中, 不是平行就是相等

4. 函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = k(x-1) (k > 0)$ 在同一直角坐标系中的大致图像是 ()



5. 根据下列条件, 不能判定四边形是平行四边形的是 ()

- A. 一组对边平行且相等的四边形 B. 一组对边相等一组对角是直角的四边形
C. 对角线相等的四边形 D. 对角线互相平分的四边形

6. 在直角坐标平面 xOy 上, 到点 $A(6, 8)$, $B(8, 0)$ 和原点 O 的距离相等的点 W 的坐标是 (x, y) , 那么下列等式不成立的是 ()

A. $-16x + 64 = 0$

B. $12x + 16y = 100$

C. $4x - 16y = 100$

D. $xy = 13$

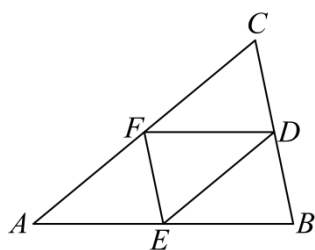
二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 五边形一共有_____条对角线.

8. 平行四边形一组对角的和为 260° , 那么这个平行四边形中较小内角的度数为_____.

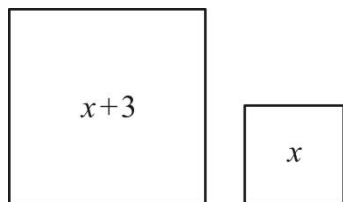
9. 直线 $y = 2x - 1$ 的截距是_____.

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel AC, DF \parallel AB$, $\triangle ABC$ 的周长为 128, 则 $\triangle CDF$ 与 $\triangle BDE$ 的周长和为_____.

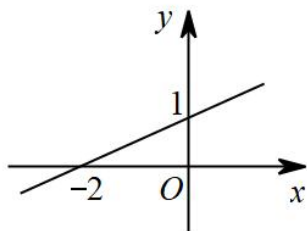


11. 函数 $y = x + k + 2$ 是正比例函数, 则 k 的值为_____.

12. 如图所示, 用一根总长 36 的铁丝恰好围成两个没有公共部分的正方形, 剪裁材料损耗不计, 一个正方形比另一个正方形的面积大 3, 设较小的正方形面积为 x , 可列方程: _____.



13. 下图是一次函数 $y = kx + b$ 的图像, 当 x _____时, 函数图像在 x 轴的上方.



14. 线段 AB 、 CD 相交于点 M , 且 $AM = BM$, $CM = DM$, 那么 AC 与 BD 的位置关系是_____.

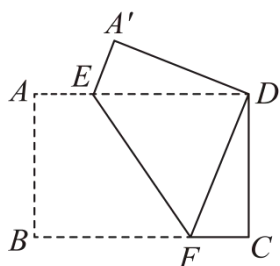
15. 已知菱形的两条对角线的长分别是 6 和 8, 则菱形的面积为_____.

16. 已知矩形的一条对角线长是 8 cm, 两条对角线的一个交角为 60° , 则矩形的周长为_____.

17. 观察反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像可以发现直线 $y = x$ 是它的一条对称轴, 于是小明希望在用描点法绘制函数 $y = \frac{10}{x}$ 的图像时在每个象限都取 5 个点, 使得除了双曲线 $y = \frac{10}{x}$ 与直线 $y = x$ 的交点以外的点的横纵坐标都是整数, 考虑到正比例函数和反比例函数的对称性, 他认为只需要再取四条经过原点的直线与双曲线 $y = \frac{10}{x}$ 的交点就能高效地找出余下八个点, 这四条直线的斜率的和是_____.
18. 关于 x 的方程 $\frac{k}{x-1} + k - 1 = \frac{k+1}{x}$ 只有一个实数解, 则实数 k 所有可能的值的绝对值之和为_____.

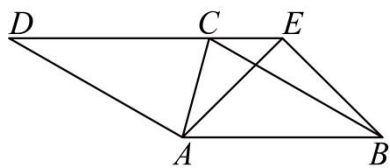
三、解答题 (共 78 分)

19. 如图, 把一张矩形纸片, 折叠后使顶点 B 和顶点 D 重合, 折痕为 EF , 若 $AB = 3$, $BC = 5$, 求重叠部分 $\triangle DEF$ 的面积.

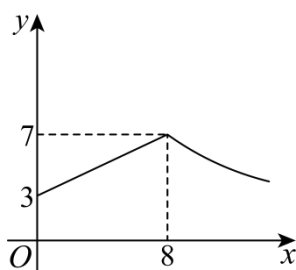


20. 已知直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(0, -3)$, 且平行于直线 $y = -2x - 1$.

- (1) 求这条直线 $y = kx + b$ 的表达式
 - (2) 如果这条直线 $y = kx + b$ 经过点 $B(m, 3)$, 求点 A 与点 B 之间的距离.
21. 如图, 以菱形 $ABCD$ 的一边 AB 为斜边作与菱形位于直线 AB 同侧的等腰直角三角形 ABE , 点 E 恰好在线段 DC 的延长线上, 已知“直角三角形中等于斜边长一半的直角边所对的锐角必为 30° ”, 将此真命题作为定理, 求出菱形 $ABCD$ 的较大内角的度数.



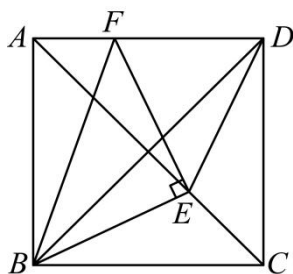
22. 一款有能量回收功能的电动车的一次加速到停止加速后因能量回收产生的速度衰减过程大致趋势如图, x 轴为时间轴 (单位: 每个单位长度为一个单位时间), y 轴为速度轴 (每个单位长度为一个单位速度), 研究该车在较短的一段时间内 ($0 \leq x \leq 30$) 的速度 y 的大小关于时间 x 的函数, 该车加速的过程近似于一个一次函数图像的一部分, 速度衰减过程近似于一个反比例函数图像的一部分.



(1) 根据图中信息，分别求出两段图像所对应的函数的解析式，并写出各自的定义域；

(2) 若有另一辆同款电动车，与原电动车同时以同样的起始速度启动加速，但在 30 个单位时间内都不停止加速，那么两车的速度差能否达到 10 个单位速度的差距？若可能，问经过多少个单位时间达到此速度差；若不可能，请说明理由。

23. 如图，已知在菱形 $ABCD$ 中，点 E 为对角线 AC 上一点，连结 BE ，过点 E 作 $EF \perp BE$ ，与 AD 交于点 F ， $EF = BE$ 。



(1) 求证： $\angle DFE = \angle ABE$ ；

(2) 求证： $\angle ABC = 90^\circ$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，平行四边形 $ABCD$ 的两个顶点 C 、 D 落在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像在第一象限内的一支上，点 A 在 y 轴正半轴上，点 B 在 x 轴正半轴上。

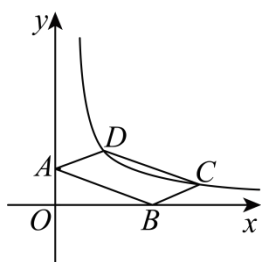


图1

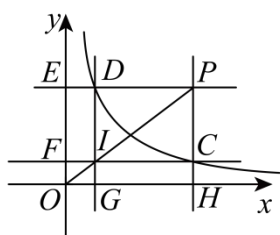


图2

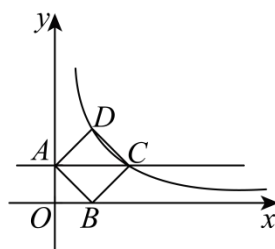


图3

(1) 如图 1，若点 $OA = 1$ ， $OB = \frac{8}{3}$ ，直接写出 C 、 D 两点的坐标；

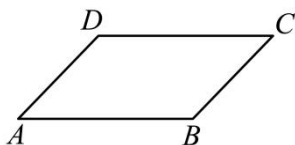
(2) 如图 2，分别过点 C 、 D 作两条坐标轴的平行线， $DE \parallel CF \parallel x$ 轴，分别与 y 轴交于 E 、 F 两点， $DG \parallel CH \parallel y$ 轴，分别与 x 轴交于 G 、 H 两点， CF 与 DG 交于点 I ， DE 与 CH 交于点 P 。根据“出入相补”原理，我们知道能使矩形 $DEFI$ 和矩形 $CHGI$ 面积相等的点，一定在矩形 $OEPH$ 的对角线 OP

上. 记点 C 和点 D 的横坐标分别为 c 、 d , 试从直线 OP 经过点 I 的角度验证这个结论;

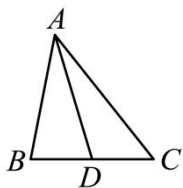
(3) 如图 3, 若直线 AC 是一次函数 $y = kx + a$ ($k \neq 0$) 的图像, 平行四边形 $ABCD$ 有无可能是菱形? 若可能, 求出菱形 $ABCD$ 对应的一次函数 $y = kx + a$ ($k \neq 0$); 若不可能, 请简述理由.

25. 小华在学习特殊的平行四边形的性质时发现, 对于平行四边形 $ABCD$, 不论是成为矩形 $ABCD$ 还是菱形 $ABCD$ 时, 都有 $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$ 成立.

(1) 小华好奇对于一般的平行四边形 $ABCD$, 该结论仍成立吗? 请证明其成立或说明不能确保成立的理由;



(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 设 $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, AD 是 BC 边上的中线, 小华认为中线 AD 与 $\triangle ABC$ 的三边有恒定的关系, 希望求出根据三角形三边长求其中一边上的中线长的关系式, 你认为是否存在这样的关系? 如果存在这样的关系, 请用关于 $\triangle ABC$ 三边长 a , b , c 的代数式表示中线长 AD ; 若不存在, 请说明理由; (若第 (1) 问的结论证为真, 那么在本题中可作为定理使用)



(3) 若三角形的一边上的中线长与这条边长相等, 那么称这种三角形为“中等三角形”, 这条边为“中等线”. 若 $\triangle ABC$ 中 $AB = 3$, $AC = 4$, BC 是中等 $\triangle ABC$ 的中等线, 求 BC 边上的中线 AD 的长. (若前两问的结论证为真, 那么在本题中可以作为定理使用)