

2025 学年第一学期期末学习反馈八年级数学学科

满分：150 分，时间：100 分钟

(请将所有解答写在答题纸上相应区域)

一、选择题 (每题有且仅有一个正确答案, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 点 $P(-2, 6)$ 在平面直角坐标系中的 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 下列各组数中, 是勾股数的是 ()

- A. 13, 14, 15 B. 1, 1, $\sqrt{3}$
C. 0.3, 0.4, 0.5 D. 3, 4, 5

3. 下列说法正确的是 ()

- A. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 4 B. 负数没有立方根
C. 64 的立方根是 ± 4 ; D. $(-5)^2$ 的算术平方根是 5

4. 已知方程 $x^2 + bx - c = 0$ 的解是 $x_1 = 1, x_2 = -3$, 则另一个方程 $(x+3)^2 + b(x+3) - c = 0$ 的解是 ()

- A. $x_1 = 2, x_2 = 6$ B. $x_1 = -2, x_2 = -6$
C. $x_1 = -1, x_2 = 3$ D. $x_1 = 1, x_2 = -3$

5. 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别长为 a, b, c , 且满足 $(a-17)^2 + |b-15| + c^2 - 16c + 64 = 0$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 以 a 为斜边的直角三角形 B. 以 b 为斜边的直角三角形
C. 以 c 为斜边的直角三角形 D. 不是直角三角形

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上 (点 D 不与点 A 、点 B 重合), 连接 CD .

- ①如果 $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是边 AB 上的中线, 那么 $AB = 2CD$.
②如果 $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2CD$, 那么 CD 是边 AB 上的中线.
③如果 CD 是边 AB 上的中线, $AB = 2CD$, 那么 $\angle ACB = 90^\circ$.

下列说法正确的是 ()

- A. ①②是真命题, ③是假命题;
B. ①③是真命题, ②是假命题;
C. ②③是真命题, ①是假命题;

D. ①②③都是真命题.

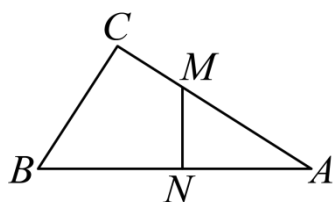
二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 如果 $\sqrt{2-x}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

8. 写出 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 的一个有理化因式是_____.

9. 若点 $A(m+1, 8)$ 在 y 轴上, 则点 $B(3-m, m-2)$ 在第_____象限.

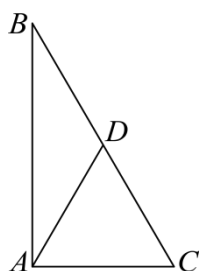
10. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, MN 是 AB 的中垂线, $\angle A = 30^\circ$, $AM = 12\text{cm}$, 则 $CM =$ _____ cm .



11. 已知 x, y 为实数, 且 $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + 1) = 20$, 则 $x^2 + y^2$ 的值是_____.

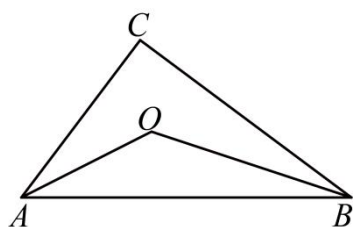
12. 已知 $y = mx^{m^2-3}$ 是关于 x 的正比例函数, 且图象在第一、三象限, 则 m 的值为_____.

13. 如图在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是 BC 边上的中线, 且 $BC + AD = 12$, 则 BC 的长为_____.

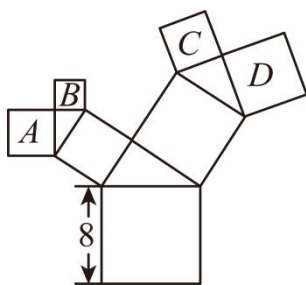


14. 若 α, β 是方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的两个实数根, 则 $\alpha + \beta - \alpha\beta$ 的值为_____.

15. $\triangle ABC$ 中, O 是两内角平分线的交点, $AC = 3, BC = 4, AB = 5$; O 到 AB 的距离是_____.

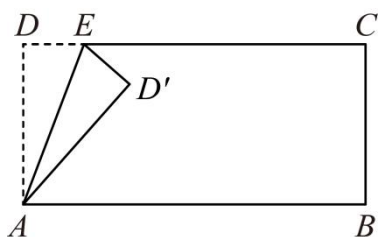


16. 如图, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 其中最大的正方形的边长为 8, 则正方形 A, B, C, D 的面积之和为_____.



17. 定义：关于 x 的一元二次方程： $a_1(x-m)^2 + n = 0$ (a_1, m, n 是常数, $a_1 \neq 0$ 与 $a_2(x-m)^2 + n = 0$ (a_2, m, n 是常数, $a_2 \neq 0$ ，称为“同族二次方程”。例如： $2(x-3)^2 + 4 = 0$ 与 $3(x-3)^2 + 4 = 0$ 是“同族二次方程”。如果关于 x 的一元二次方程： $2(x-1)^2 + 1 = 0$ 与 $ax^2 + bx + 5 = 0$ (a, b 是常数, $a \neq 0$) 是“同族二次方程”。那么代数式 $ax^2 - bx + 2030$ 的最小值是_____。

18. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $AD = BC = 8$ ， $AB = CD = 17$ 。点 E 为射线 DC 上的一个动点， $\triangle ADE$ 与 $\triangle AD'E$ 关于直线 AE 对称，当 $\triangle AD'B$ 为直角三角形时， DE 的长为_____。



三、解答题

19. 计算

$$(1) \left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48} \right) \div 2\sqrt{3}$$

$$(2) \frac{12}{5-\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{13}-\sqrt{10}} - \frac{6}{4+\sqrt{10}}$$

20. 解方程

$$(1) 2(x-1)^2 = 3-3x.$$

$$(2) \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2+3x} = 1.$$

21. 已知 $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ， $y = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ ，求下列代数式的值。

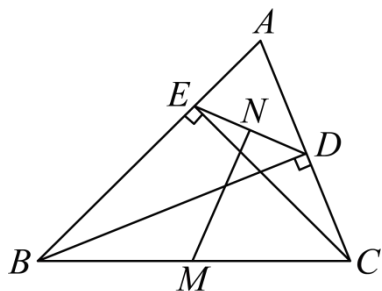
$$(1) x^2 + xy + y^2$$

(2) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

22. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $BD \perp AC$ 于 D ， $CE \perp AB$ 于 E ， M ， N 分别是 BC ， DE 的中点.

(1) 求证： $MN \perp DE$ ；

(2) 若 $BC=10$ ， $DE=6$ ，求 $\triangle MDE$ 的面积.



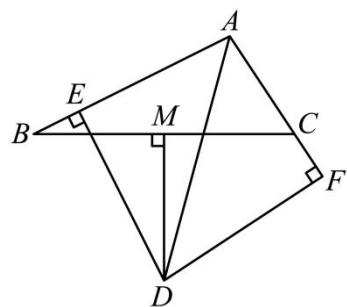
23. 【综合与探究】已知 x_1 ， x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根.

(1) 若 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 7$ ，求 m 的值；

(2) 已知等腰 ABC 的一边长为7，若 x_1 ， x_2 恰好是 ABC 的另外两边长，求这个三角形的周长.

24. 今年新型“和谐号”高速列车正式投入沪宁线运行，已知上海到南京全程约为300公里，如果新型“和谐号”高速列车行驶的平均速度比原来“和谐号”动车行驶的平均速度每分钟快2公里，那么从上海到南京比原来“和谐号”动车少用40分钟，问新型“和谐号”高速列车从上海到达南京大约需要多少分钟？

25. 如图， $\angle BAC$ 的平分线与 BC 的垂直平分线交于点 D ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别是 E ， F .



(1) 求证： $BE = CF$ ；

(2) 若在 ABC 中， $AB = 8$ ， $AC = 4$ ，求 BE 的长.

26. 【概念建构】

在 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，直线 MN 经过点 A ， $BD \perp MN$ 于点 D ， $CE \perp MN$ 于点 E . 如图1，当直线 MN 在 ABC 外部时，称 $Rt \triangle ABD$ 和 $Rt \triangle CAE$ 是 $Rt \triangle ABC$ 的“双外弦三角形”，如图2，当直线 MN 在 ABC 内部时，称 $Rt \triangle ABD$ 和 $Rt \triangle CAE$ 是 $Rt \triangle ABC$ 的“双内弦三角形”，依据全等的判

定定理，我们可以得到“双外弦三角形”和“双内弦三角形”都是全等三角形，即 $\text{Rt} \triangle ABD \cong \text{Rt} \triangle CAE$ 。

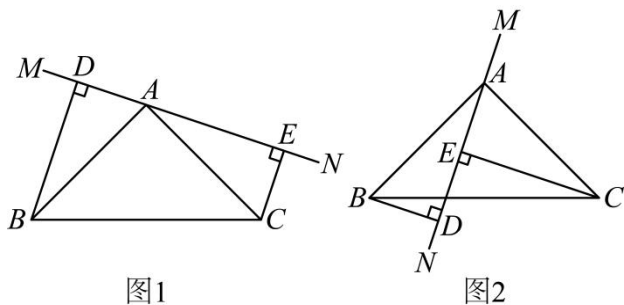


图1

图2

【概念应用】

(1) 如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AM \perp BC$ 于点 M , $AM = BM = CM$, E 是 BC 边上的点, $AE = DE$, $AE \perp DE$, 连接 AD , BD , 若 $AE = 2\sqrt{5}$, $AM = 4$, 求 BD 的长.

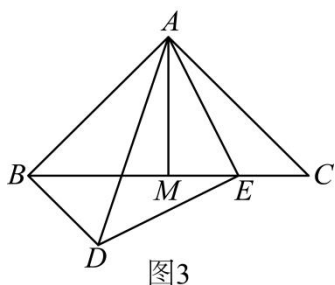


图3

小亮受到【概念建构】的启发, 想到解决方法: 过 D 点作 $DN \perp BC$ 于点 N 构造出如图4所示的“双内弦三角形”, 并应用“双内弦三角形”是全等三角形的结论求出了 BD . 请你依照小亮的解题思路, 写出解答过程.

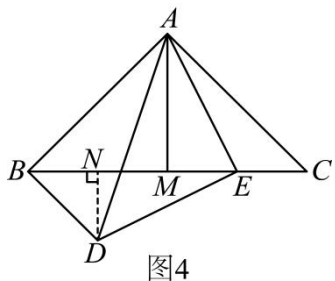


图4

(2) 如图5, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, D 是 AB 边上一点, $DE = DC$, $DE \perp DC$, DE 交 BC 于点 N , 延长 EB , CD 交于点 F , 直接写出 DE , DF , CN 之间的数量关系.

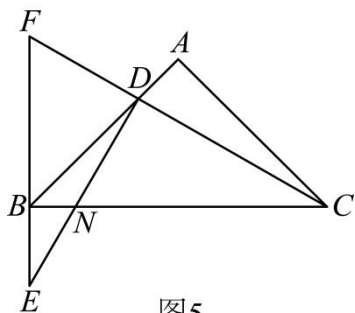


图5

【拓展延伸】

(3) 如图6, $AD \parallel BC$, $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 是等腰直角三角形, $\angle EAB = \angle FDC = 90^\circ$, $AD = 2$, $BC = 5$,

直接写出 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ADF$ 的面积和.

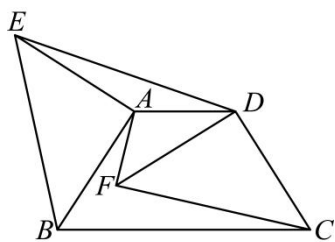


图6