

2025 学年第一学期初二年级数学假期作业一

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt[3]{-3} = -\sqrt[3]{3}$ B. $\sqrt{36} = \pm 6$ C. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ D. $\sqrt[3]{-9} = -3$

2. 在 -3 , 3.1415926 , $\frac{\pi}{3}$, π^2 , $7.\dot{8}\dot{6}$, $\frac{10}{3}$, $0.1010010001\dots$ (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1) 中, 无理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 下列根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{ab^3}$ B. $\sqrt{a+b^3}$ C. $\sqrt{a^2+b^2+2ab}$ D. $\sqrt{8a}$

4. 下列说法正确的是 ()

- A. 正实数和负实数统称实数 B. 正数、0 和负数统称有理数
C. 正有理数和负有理数统称有理数 D. 无理数和有理数统称实数

5. 若 $\sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + y = 4$, 则 xy 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 不能确定

6. 化简 $\sqrt{23-6\sqrt{10+4\sqrt{3-2\sqrt{2}}}}$ 的结果是 ()

- A. $3+\sqrt{2}$ B. $3-2\sqrt{2}$ C. $3+2\sqrt{2}$ D. $3-\sqrt{2}$

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 64 的平方根是_____.

8. $\sqrt[3]{-125}$ 的立方根是_____.

9. 如果代数式 $\frac{3}{\sqrt{x-2}}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. 比较大小: $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$.

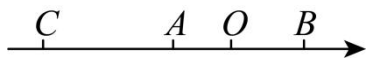
11. 若 $3-x$ 的平方根只有一个, 则 x 的值是_____.

12. 若最简二次根式 $^{2a-4}\sqrt{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式, 则 $a-2b =$ _____.

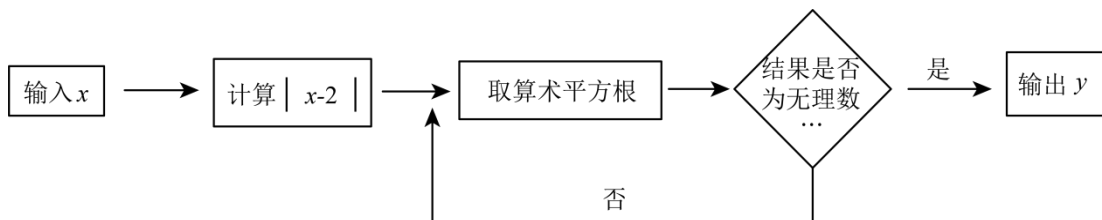
13. 如果 $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$, $\sqrt[3]{23.7} \approx 2.872$, 那么 $\sqrt[3]{2370}$ 约等于_____.

14. 已知 $x = \sqrt{13} + 1$, 则 $x^2 - 2x + 2 =$ _____.

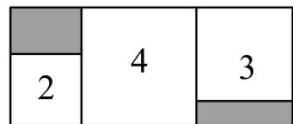
15. 如图, 数轴上点 A 为线段 BC 的中点, A, B 两点表示的数分别为 -1 和 $\sqrt{3}$, 则点 C 所表示的数为_____.



16. 如图是一个数值转换机示意图, 当输入 x 的值为 -7 时, 则输出 y 的值为_____.



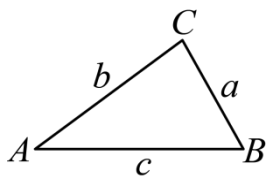
17. 如图, 矩形内三个相邻的正方形的面积分别为 4, 3, 2, 则图中阴影部分的面积为_____.



18. 定义: 因为 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$, 可以有效地去掉根号, 我们称 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ 与 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ 为一对“对偶式”. 若 $\sqrt{18-x} - \sqrt{11-x} = 1$, 则 $\sqrt{18-x} + \sqrt{11-x} =$ _____.

19. 古希腊几何学家海伦和我国宋代数学家秦九韶都曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 称为海伦--秦九韶公式: 如果一个三角形的三边长分别是 a, b, c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 那么三角形的面积为

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别记为 a, b, c , 若 $a = 10, b = 12, c = 14$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分)

20. 计算: $\sqrt{16} + \sqrt[3]{-64} - \sqrt{1 - (\frac{3}{5})^2} - |\pi - 3.2|$

21. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{3}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

22. 解方程和不等式.

(1) $4(x+1)^2 = 1$

$$(2) \sqrt{3x} + \sqrt{8} < \sqrt{27x} + \sqrt{32}$$

23. 先化简，再求值： $\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+4-4x}}{x-2}$ ，其中 $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 。

24. 已知 $5a+2$ 的立方根是 3， $-7+b$ 的算术平方根是 4， c 是 $\sqrt{11}$ 的整数部分。

(1) 求 a, b, c 的值；

(2) 求 $-3a+b+c$ 的平方根。

25. 请阅读下列材料：

已知 $x = \sqrt{5} + 2$ ，求代数式 $x^2 - 4x - 7$ 的值。

学生甲根据二次根式的性质： $(\sqrt{a})^2 = a$ ，联想到了如下解法：

由 $x = \sqrt{5} + 2$ 得 $x - 2 = \sqrt{5}$ ，则 $(x - 2)^2 = 5$ ，即 $x^2 - 4x + 4 = 5$ ， $\therefore x^2 - 4x = 1$ 。把 $x^2 - 4x$ 作为整体，得： $x^2 - 4x - 7 = 1 - 7 = -6$ 。

请运用上述方法解决下列问题：

(1) 已知 $x = \sqrt{2} - 1$ ，求代数式 $x^2 + 2x + 7$ 的值；

(2) 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，求代数式 $3x^2 + 3x + 2025$ 的值。

26. 任意一个无理数介于两个整数之间，我们定义，若无理数 $T: m < T < n$ ，(其中 m 为满足不等式的最大整数， n 为满足不等式的最小整数)，则称无理数 T 的“行知区间”为 (m, n) ，如 $1 < \sqrt{2} < 2$ ，所以 $\sqrt{2}$ 的行知区间为 $(1, 2)$ 。

(1) 无理数 $\sqrt{17}$ 的“行知区间”是_____；

(2) 若 $a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b} - \sqrt{7}$ ，求 a 的“行知区间”；

(3) 实数 x, y, n 满足 $\sqrt{2x+3y-n} + \sqrt{3x+4y-2n} = \sqrt{x+y-41} + \sqrt{41-x-y}$ ，求 n 的算术平方根的行知区间。

27. 我们约定，关于 x 的代数式 A, B ，在代数式成立的范围内，都有 $|A - B| = m$ (m 为常数)，则称代数式 A, B 互为“差值代数式”， m 为“差值”。例如： $A = x^2 + 2x + 3$ ， $B = x^2 + 2x + 1$ ， $\therefore |A - B| = 2$ ， $\therefore A, B$ 互为“差值代数式”，“差值”为 2；根据该约定，解答下列问题：

(1) 判断下列各式是否互为“差值代数式”。(在括号中填写“是”或“不是”)

① $\sqrt{x-1}$ 与 $\sqrt{x+1}$ () ② $\sqrt{x}$ 与 $-2.5+\sqrt{x}$ ()

③ $\frac{x+3}{x}$ 与 $\frac{-2x+3}{x}$ () ④ $\sqrt{x^2}$ 与 $|x|$ ()

(2) 已知关于 x 的整式 $M = (x-a)^2$, $N = x^2 - 2ax + 5$, 若 M 、 N 互为差值代数式, 且“差值”为 5, 求 a 的值.