

2024 学年第一学期八年级数学学科

第二阶段质量调研试卷

(时间 90 分钟, 满分 200 分)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 二次根式 $\sqrt{ab^3}$ 、 $\sqrt{a^2+1}$ 、 $\sqrt{\frac{b}{5}}$ 、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 中最简二次根式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{4a}$ 与 $\sqrt{8a}$

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 - 3x + m^2 = 9$ 的常数项为 0, 则 m 的值为 ()

- A. 3 B. 0 C. -3 D. ± 3

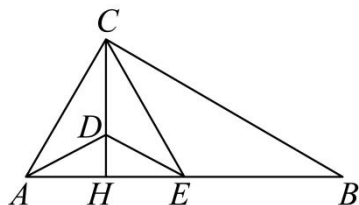
4. 下列二次三项式在实数范围内不能因式分解的是 ()

- A. $4x^2 + x - 11$ B. $3y^2 + 7y + 3$
C. $x^2 - 2x - 4$ D. $2x^2 - 4x + 5$

5. 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等
B. 两条平行直线被第三条直线所截, 则一组同旁内角的平分线互相垂直
C. 三角形的一个外角等于两个内角的和
D. 等边三角形既是中心对称图形, 又是轴对称图形

6. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CH \perp AB$, 垂足为点 H , AD 平分 $\angle BAC$, 与 CH 相交于点 D , 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 与边 AB 相交于点 E , 那么下列结论中一定正确的是 ()



- A. $AD = DE$ B. $AC = EC$
C. $AD = CD$ D. $CD = DE$

二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. 化简 $\sqrt{12a}$ 的结果是_____.

8. 如果 $\frac{\sqrt{x+3}}{x-5}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

9. 写出 $\sqrt{2a-b}$ 的一个有理化因式_____.

10. 在实数范围内因式分解: $3x^2 + 3xy - y^2 =$ _____.

11. 方程 $x(x+3) = 4(x+3)$ 的解是_____.

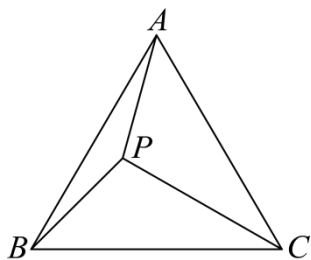
12. 不等式 $x < \sqrt{3}x + 4$ 的解是_____.

13. 写出一个一元二次方程, 使它的一个根为 1, 另一个根为 $-\frac{1}{3}$, 这个方程的一般式是_____.

14. 某服装经过两次降价后的售价为 a 元, 如果连续两次以同样的百分率 x 降价, 该服装的原价为_____元. (用含 a 和 x 的代数式表示)

15. 定理“等腰三角形的两腰相等”的逆命题_____.

16. 如图, P 为等边 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $PA = PB$, 若 $\angle PAB = 15^\circ$, 则 $\angle BPC =$ _____度.



17. 定义: 若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根, 我们就称这两个方程为“同伴方程”. 例如 $x^2 = 4$ 和 $(x-2)(x+3) = 0$ 有且仅有一个相同的实数根 $x = 2$, 所以这两个方程为“同伴方程”. 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的参数同时满足 $a + b + c = 0$ 和 $a - b + c = 0$, 且该方程与 $(x+2)(x-n) = 0$ 互为“同伴方程”, 则 $n =$ _____.

18. 在直角坐标系 xOy 中, 点 $P(1, 3)$, $\triangle OPN$ 是以 OP 为直角边的等腰直角三角形, 那么点 N 的坐标为_____.

三、简答题 (每题 5 分, 共 25 分)

19. 计算: $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{10} + \sqrt{45} + \sqrt{1\frac{1}{4}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}}$.

20. 计算: $\frac{2}{m}\sqrt{m^2n} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{mn^2}\right) \div \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{m}{n}}\right) \quad (m>0).$

21. 解方程: $2(x-1)^2 + 3(1-x) = 0$

22. 用配方法解方程: $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3 = 0$

23. 先化简, 再求值: $\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+1-2x}}{x^2-x}$, 其中 $x = \frac{1}{2\sqrt{6}+5}$.

四、解答题 (24 题 6 分, 25 题 9 分: 4 分+5 分, 26 题 12 分: 2+5+5)

24. 某商店准备进一批季节性小家电, 单价 40 元. 经市场预测, 销售定价为 52 元时, 可售出 180 个, 定价每增加 1 元, 销售量净减少 10 个; 定价每减少 1 元, 销售量净增加 10 个. 因受库存的影响, 每批次进货个数不得超过 180 个, 商店若将准备获利 2000 元, 则应进货多少个? 定价为多少元?

25. 已知: 如图 1 在等边三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 的延长线上, 且 $BD = CE$, 联结 AE 、 CD .

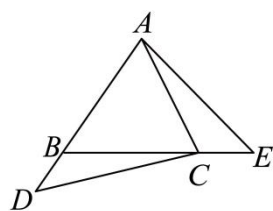


图1

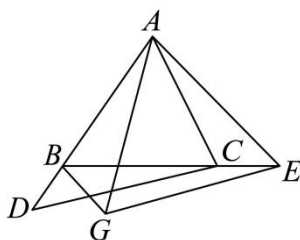


图2

(1) 求证: $CD = AE$;

(2) 如果将 $\triangle CBD$ 绕着点 B 逆时针旋转 60° (如图 2), 此时点 C 与点 A 重合, 点 D 落在点 G 处, 联结 AG 、 EG , 求证: $\triangle AEG$ 是等边三角形.

26. 倍长中线是初中数学一种重要的数学思想. 某同学在学习过程中, 遇到这样的问题: 如图 1: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 4$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围, 经过和小组同学的探讨, 共同得到了这样的解决方法: 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$. 请根据他们的方法解决以下问题:

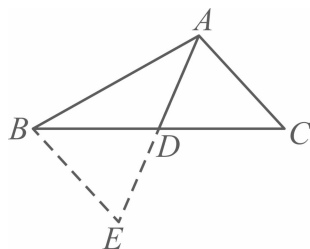


图1

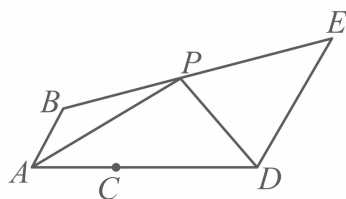


图2

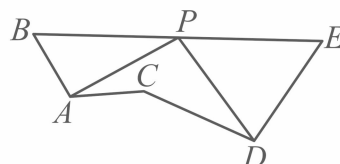


图3

(1) 求 AD 的取值范围: _____.

【问题解决】请利用上述方法 (倍长中线) 解决下列三个问题:

如图：已知 $\angle BAC + \angle CDE = 180^\circ$ ， $AB = AC$ ， $DC = DE$ ， P 为 BE 的中点；

(2) 如图 2，若 A 、 C 、 D 三点共线， $AC:CD = 3:5$ ， $S_{\triangle ABP} = 6$ ，求 $S_{\text{四边形}ABED}$ ；

(3) 如图 3，若 A 、 C 、 D 三点不共线， $AP = PD$ ，求证： $AB \perp AC$ 。