

2025 学年第一学期八年级数学学科期终质量监测试卷

(满分 100 分, 答题时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分共 18 分)

1. 在下列各组二次根式中, 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{xy}$ 和 $\sqrt{x^2y^2}$ D. $\sqrt{a-1}$ 和 $\sqrt{a+1}$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 只有正数才有平方根 B. 27 的立方根是 ± 3
C. $\sqrt{17}$ 是 17 的一个平方根 D. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 4

3. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $ax^2 + 2 = 0$ B. $x^2 - \sqrt{3}x = 7$
C. $(3x-2)(x+6) = 3x^2 - 7$ D. $x^2 + \frac{1}{y} = 0$

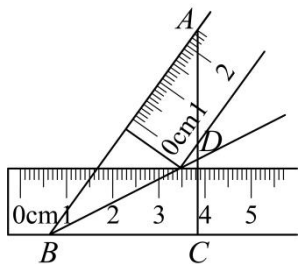
4. 已知光在真空中的传播速度约是 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$, 太阳光从太阳表面照射到地球上大约需要 500s, 则地球到太阳的距离大约为 () km. (结果用科学记数法表示)

- A. 1.5×10^8 B. 1.5×10^{11} C. 0.15×10^9 D. 15×10^7

5. 已知 $a+b=-2$, $ab=1$, 则化简求 $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}$ 的值是 ()

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 现用两把完全相同的长方形直尺, 一把紧贴着边 BC , 另一把紧贴着边 AB 并且与第一把直尺相交于一点, 过点 B 和两把直尺的交点作射线, 交 AC 于点 D , 则下列结论错误的是 ()



- A. BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线 B. $AD = BD$

C. $S_{\triangle CBD} : S_{\triangle ABD} = 1 : 3$

D. $\frac{CD}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分共 24 分)

7. 要使 $\sqrt{2x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

8. $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式是_____.

9. 已知 $\sqrt{102.01} = 10.1$, 则 $\sqrt{1.0201} =$ _____.

10. 实数 $-\sqrt{8}$, 3.14 , $\sqrt[3]{27}$, 0.1010010001 , $-0.0272727\cdots$ (“27” 依次不断出现) 中, 其中无理数是_____.

11. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 3x - 2 =$ _____.

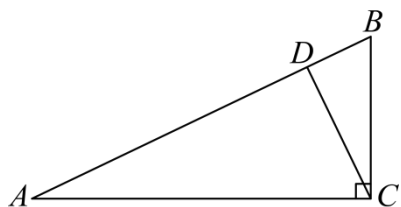
12. 我们知道, 有理数是能够写成分数 $\frac{b}{a}$ (a, b 是整数, $a \neq 0$) 的数, 将 $0.\dot{2}\dot{1}$ 化成分数是_____.

13. 写出满足条件的一元二次方程, 使这个方程的二次项系数是 1, 常数项是 6, 其中一个根是 -2 , 满足条件的方程是_____.

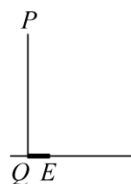
14. 不等式 $2x < \sqrt{3}x - 2$ 的解集为_____.

15. 已知直角三角形的两边长分别为 4、5, 那么第三边的长为_____.

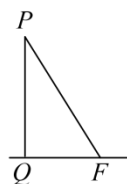
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边上的高, 如果 $\angle B = 2\angle BCD$, 那么 $\angle A =$ _____.



17. 某数学研究性学习小组在老师的指导下, 利用课余时间测量校园内旗杆的高度. 第一次操作: 如图①, 将系在旗杆顶端的绳子自然下垂到地面, 绳子多出的一段在地面拉直后记作 QE , 用皮尺量出 QE 的长度为 3m. 第二次操作: 如图②, 将绳子拉直, 绳子末端落在地面上的点 F 处, 用皮尺量出 QF 的长度为 9m. 则旗杆的高度为_____m.



图①

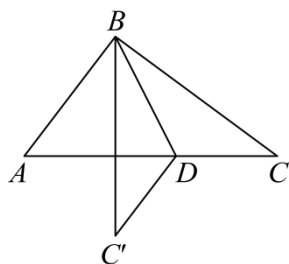


图②

注: 线段 PQ 表示旗杆, PQ 垂直地面于点 Q .

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, D 为 AC 上一动点, 将 $\triangle BDC$ 沿着 BD 折叠,

点 C 落到 C' 处. 当 $BC' \perp AC$ 时, $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、简答题 (本大题共 3 题, 每题 5 分, 满分共 15 分)

19. 计算: $\sqrt[3]{-27} + \sqrt{12} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} + (\sqrt{3})^2$;

20. 计算: $\frac{2}{b}\sqrt{a} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)\sqrt{a^3b} \div \sqrt{\frac{a}{b}}$;

21. 解方程: $\frac{2x}{x-2} - \frac{8}{x^2-2x} = 1$

四、解答题 (本大题共 7 题, 第 22、23、24、25 每题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27 题 8 分, 第 28 题 9 分, 满分共 43 分)

22. 按要求解答下列问题:

小华与小海两位同学解方程 $3(x-5) = (x-5)^2$ 的过程如下:

小华:	小海:
解: $3(x-5) = (x-5)^2$	解: $3(x-5) = (x-5)^2$
两边同时除以 $(x-5)$, 得	提公因式, 得 $(x-5)(3-x-5) = 0$,
$3 = x-5$.	由此得 $x-5 = 0$ 或 $3-x-5 = 0$.
解得: $x = 8$.	解得: $x_1 = 5, x_2 = -2$.

(1) 小华的解法是错误的, 原因是_____

(2) 小海的解法是_____ (填“正确”或“错误”). 如果小海的解法错误, 请写出正确的解题过程.

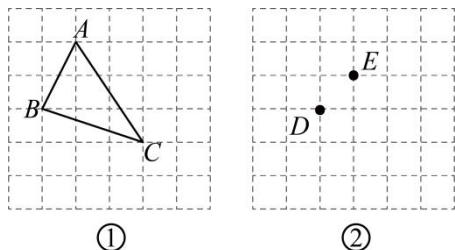
23. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1 、 x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 4$, 求 m 的值及此方程的两根.

24. 如图①是小华同学在正方形网格中 (每个小正方形的边长为 1) 画出的格点 ABC (ABC 的三个顶

点都在正方形的顶点处).

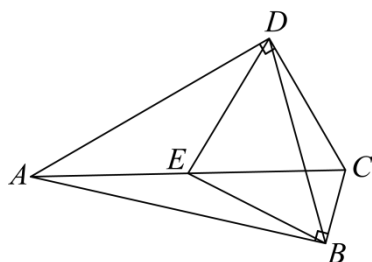


(1) 由图①可知 $AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, 则 $BC = \underline{\hspace{1cm}}$, $AC = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 请你在图②的正方形网格中, 补画出格点 $\triangle DEF$, 其中 $EF = 2\sqrt{2}$, $DF = \sqrt{10}$, 并求出 $\triangle DEF$ 的面积. (只要画出一个符合条件的 $\triangle DEF$)

25. 新能源汽车采用电能作为动力来源, 能减少二氧化碳气体的排放, 达到保护环境的目的, 其市场需求逐年上升. 一汽车销售公司抢占先机, 购进一款进价为 12 万元/辆的某品牌新能源汽车, 销售一段时间后发现: 当该款汽车售价定为 25 万元/辆时, 平均每周售出 8 辆; 如果售价每降低 1 万元, 平均每周多售出 2 辆. 若该店计划下调售价, 使平均每周的销售利润为 144 万元. 为了推广新能源汽车, 并且尽量让利于顾客, 求该公司每辆车的下调价格.

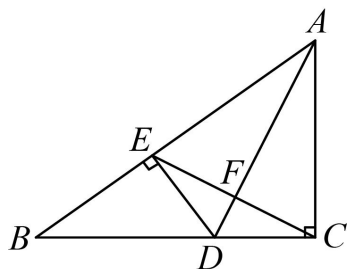
26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$, E 是 AC 中点, $\angle DAB = 45^\circ$, $AC = 6$,



(1) 求证: $DE = BE$;

(2) 求线段 BD 的长.

27. $\triangle ABC$ 中, $\angle ACD = 90^\circ$, $AB = 10$, $BC = 8$, $AC = 6$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, 垂足为点 E . 连接 CE , 交 AD 于点 F .



(1) 证明 $AF \perp CE$.

(2) 求 $\triangle BDE$ 的周长;

(3) 求 $\triangle ADC$ 的面积.

28. 综合与实践

【阅读理解】

背景介绍：勾股定理是几何学中的明珠，充满着智慧. 赵爽的证明方法是：制作四个全等的直角三角形，直角边长分别记为 a 、 b ($b \geq a$)，斜边长记为 c . 用这四个直角三角形拼成如图 1 所示的正方形（赵爽弦图）. 用它可以证明勾股定理. 证明思路是：大正方形的面积有两种求法，方法 1：利用正方形面积公式算得大正方形面积为 c^2 ；方法 2：把大正方形面积看作四个直角三角形与中间一个小正方形的面积之和. 再根据以上结果，就可以证明勾股定理. 这里用两种求法来表示同一个量从而得到等式或方程的方法，我们称之为“双求法”.

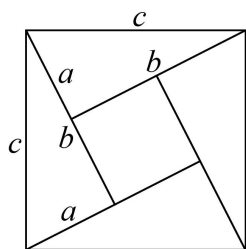


图 1

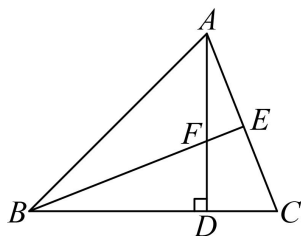


图 2

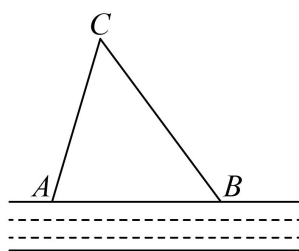
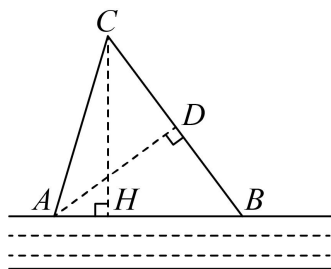


图 3



(1) 请根据上面的叙述，给出勾股定理证明过程.

【方法运用】

根据背景介绍，探索勾股定理新的证法：把两个全等的直角三角形 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BDF$ 如图 2 放置（其中 B 、 D 、 C 在同一条直线上， A 、 F 、 D 在同一条直线上），其中 $DC = DF = a$ ， $BD = AD = b$ ， $AC = BF = c$ ，延长 BF 与 AC 交于点 E .

(2) 连接 AB ，请利用“双求法”证明： $a^2 + b^2 = c^2$ ；

【应用拓展】

(3) 如图 3，在一条东西走向河流的一侧有一村庄 C ，河边原有两个取水点 A 、 B ，测得 $AB = AC = 500$ 米， $BC = 600$ 米. 后来为了方便村民就近取水，决定在河边新建第三个取水点 H (A 、 H 、 B 在同一条直线上)，要求 CH 的长度最短. 求新修道路 CH 的长.

