

2024-2025 学年上海市杨浦区存志学校东校八年级（上）月考数学试卷
(12 月份)

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{0.1x}$ B. $\sqrt{x^2}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\sqrt{x^2+3}$

2. 在关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 中，若 a 与 c 异号，则方程（ ）

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

3. 下列函数中， y 的值随 x 的值增大而增大的是（ ）

- A. $y = \frac{5}{x}$ B. $y = \frac{1}{5}x$ C. $y = -\frac{1}{5}x+1$ D. $y = -\frac{5}{x}$

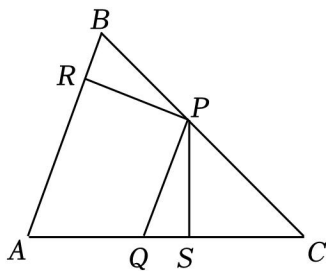
4. 在同一坐标系中， $y = (m-1)x$ 与 $y = -\frac{m}{x}$ 的图象的大致位置不可能的是（ ）



5. 下列命题中错误的是（ ）

- A. 等腰直角三角形的斜边上的高等于斜边的一半
B. 如果等腰三角形一腰上的高等于腰长的一半，那么这个等腰三角形的顶角为 30°
C. 到三角形三个顶点距离相等的点是三角形三边中垂线的交点
D. 在角的内部（包括顶点），到角的两边距离相等的点的轨迹是这个角的角平分线

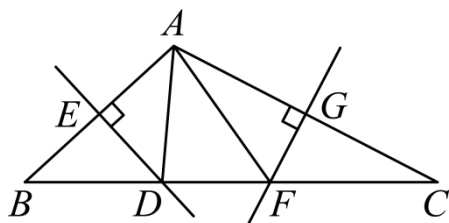
6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， P 、 Q 分别是 BC 、 AC 边上的点，作 $PR \perp AB$ 于 R ， $PS \perp AC$ 于 S ，若 $AQ = PQ$ ， $PR = PS$ ，则下列结论错误的是（ ）



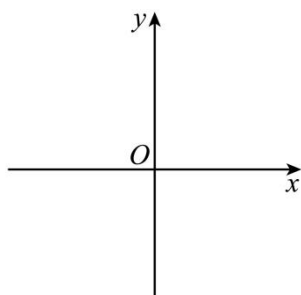
- A. $PQ = PB$ B. $AS = AR$ C. $\triangle BRP \cong \triangle QSP$ D. $\angle C = \angle SPC$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

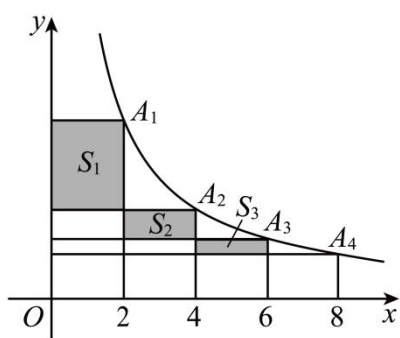
7. 使二次根式 $\sqrt{1-3x}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.
8. 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x - m^2 + 5m - 6 = 0$ 有一个根为 0，则 $m =$ _____.
9. 如果正比例函数 $y = mx^{m^2-3}$ 的图象在二、四象限，那么 m 的值是_____.
10. 在实数范围内分解因式： $2x^2 - 3x - 1 =$ _____.
11. 将命题“等腰三角形中两腰上的中线相等”的逆命题改写成“如果…，那么…”的形式_____.
12. 2023 年工厂的生产总值为 1000 万元，估计 2025 年三年的生产总值之和为 3333 万，设这两年的平均增长率为 x ，请列出方程：_____.
13. 直角 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 5$ ， $BC = 12$ ， $AB = 13$ ，在三角形内有一点到三边的距离相等，这个相等的距离=_____.
14. 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(-5, 1)$ 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，且 $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ ，比较 y_1 , y_2 , y_3 的大小_____ (从小到大排列).
15. 如图， DE 垂直平分 AB ， FG 垂直平分 AC ，若 $\angle BAC = 110^\circ$ ，则 $\angle DAF =$ _____度.



16. 如图，函数 $y_1 = x$, $y_2 = \frac{4}{x}$ ，若 $y_1 > y_2$ ，则 x 的取值范围是_____.



17. 在反比例函数 $y = \frac{10}{x} (x > 0)$ 的图象上，有一系列点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ ，若 A_1 的横坐标为 2，且以后每个点的横坐标与它前一个点的横坐标的差都为 2，现分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 作 x 轴与 y 轴的垂线段，构成若干个矩形，如图所示，将图中阴影部分的面积从左到右依次记为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ ，则 $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $S_1 + S_2 + S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



18. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + x - 3 = 0$ ，设方程两个实数根分别为 x_1, x_2 ，且满足 $(x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2 = 4$ ， $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三. 解答题 (本大题共 7 题，满分 66 分)

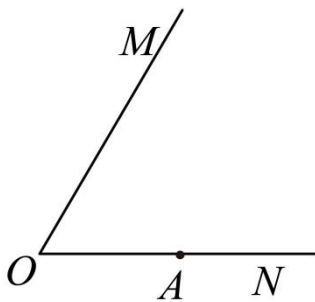
19. 计算:

(1) $\sqrt{10} \times \sqrt{8} - \frac{1}{2 - \sqrt{5}} + 10\sqrt{\frac{1}{5}}$;

(2) (用配方法解方程) $2x^2 - 3x - 3 = 0$ 。

20. 已知 $y = y_1 + y_2$ ， y_1 与 $\sqrt{x-1}$ 成正比例， y_2 与 $x+2$ 成反比例，当 $x=1$ 、 $x=5$ 时， y 的值都为 1，求 y 和 x 之间的函数解析式以及当 $x=2$ 时 y 的值。

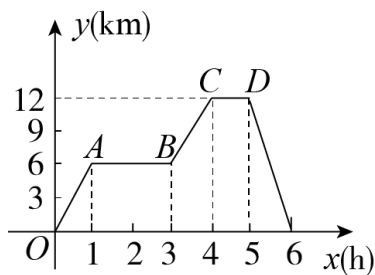
21. 已知: 如图, $\angle MON = 60^\circ$, 点 A 在 ON 上.



(1) 在射线 OM 上找一点 B , 使 $OB = OA$;

(2) 在 $\angle MON$ 的内部找一点 P , 使 P 到 $\angle MON$ 的两边距离相等, 且 $AP = \frac{1}{2}OB$ (保留作图痕迹, 不需要写出作图步骤)

22. 小明同学骑自行车从家里出发依次去甲、乙两个景点游玩, 他离家的距离 $y(\text{km})$ 与所用的时间 $x(\text{h})$ 之间的函数图像如图所示:

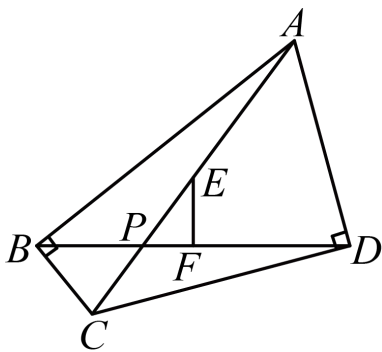


(1) 甲景点与乙景点相距_____千米, 乙景点与小明家距离是_____千米;

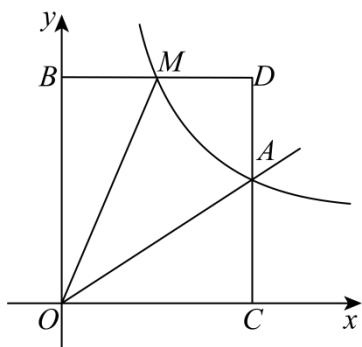
(2) 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, y 与 x 的函数关系式是_____;

(3) 小明在游玩途中, 停留所用时间为_____小时, 在 6 小时内共骑行_____千米.

23. 已知: 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, E 、 F 分别是对角线 AC 、 BD 的中点, AC 、 BD 交于 P , 当 $\angle BAC = 15^\circ$, $AC = 12\text{cm}$, $PB = PE$ 时, 求 EF 的长.



24. 正比例函数 $y = ax$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 $A(4,3)$, $M(m,n)$ 是反比例函数图象上的一动点,

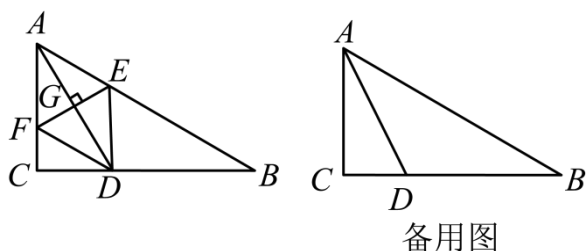


(1) 求正比例函数和反比例函数的解析式；

(2) 如图，当 $0 < m < 4$ ，过点 M 作直线 $MB \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 B ，过点 A 作直线 $AC \parallel y$ 轴交 x 轴于点 C 、交直线 MB 于点 D 。用只含 m 的代数式表示四边形 $OADM$ 的面积；

(3) 当四边形 $OADM$ 的面积为 8 时，求 m 的值。

25. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 6$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ，交 BC 边于点 D 。点 E 是边 AB 上一动点（与点 A 、 B 不重合）。过点 E 作 $EF \perp AD$ ，垂足为点 G ，与射线 AC 交于点 F 。（注：在直角三角形中， 30° 所对的直角边的长与 60° 所对的直角边的长的比是 $1:\sqrt{3}$ ）



(1) 当点 F 在边 AC 上时，

①求证： $DE = DF$ ；

②设 $BE = x$ ， $S_{\triangle CFE} = y$ ，求 y 与 x 之间的函数解析式并写出 x 的取值范围。

(2) 当 $\triangle ADF$ 是等腰三角形时，求 BE 的长。

一、填空题（每题 4 分，共 16 分）

26. 到三角形三边所在直线距离相等的点有_____个。

27. 已知在 $\triangle ABC$ 中， O 是的外心（三条中垂线的交点）， $\angle BOC = 50^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____。

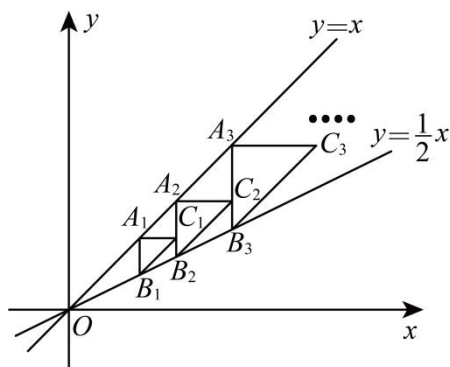
28. 定义 $a \otimes b = \begin{cases} a(a-b \leq 1) \\ b(a-b > 1) \end{cases}$ ，比如， $4 \otimes 2 = 2$ ， $1 \otimes 5 = 1$ 。若实数 k 满足 $k[x^2 \otimes (x+1)] - 1 = 0$ ，并且

这个关于 x 的方程有两个不相等的实数解，则 k 的取值范围是_____。

29. 如图，点 $A_1(2, 2)$ 在直线 $y=x$ 上，过点 A_1 作 $A_1B_1 \parallel y$ 轴交直线 $y=\frac{1}{2}x$ 于点 B_1 ，以点 A_1 为直角顶点，

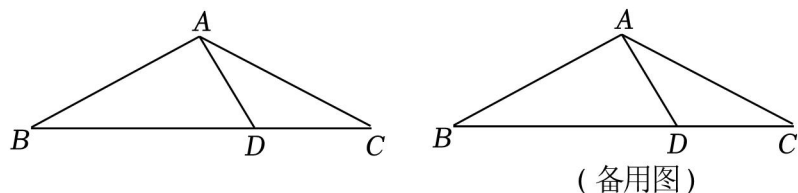
A_1B_1 为直角边在 A_1B_1 的右侧作等腰直角 $\triangle A_1B_1C_1$ ，再过点 C_1 作 $A_2B_2 \parallel y$ 轴，分别交直线 $y=x$ 和 $y=\frac{1}{2}x$ 于 A_2 ，

B_2 两点，以点 A_2 为直角顶点， A_2B_2 为直角边在 A_2B_2 的右侧作等腰直角 $\triangle A_2B_2C_2 \dots$ ，按此规律进行下去，则等腰直角 $\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为_____。（用含正整数 n 的代数式表示）



二、解答题

30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 BC 边上， $\angle DAB = 90^\circ$ 。



(1) 当 $\angle C = 30^\circ$ ，求证： $BD = 2CD$ ；

(2) 当 $BD = 2CD$ 时， $\angle C$ 是否一定为 30° ，如果一定，给出证明；如果不一定，请说明理由。

31. 一家公司，处于发展期当中，第一年年末增加员工 m 人，第二年年末增加员工 n 人。统计发现，正好是第一年员工人数增长了 $\frac{n}{60}$ ，第二年员工人数增长了 $\frac{m}{60}$ ，已知每次增加的人数不超过公司原有的人数的两倍，试求公司现在的人数。