

2023 学年第一学期上海市杨浦双语学校

数学试卷 初二年级期中考试

一. 选择题(每题 4 分, 共 24 分)

1. $\sqrt{a-4b}$ 的一个有理化因式是 ().

- A. $\sqrt{a-4b}$ B. $\sqrt{a+4b}$ C. $\sqrt{a}+2\sqrt{b}$ D. $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$.

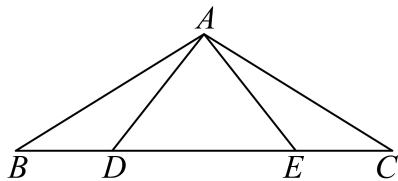
2. 下列方程中, 为一元二次方程的是 ()

- A. $x(x+1)=x^2-1$ B. $x+\frac{1}{n}=0$
C. $\sqrt{x^2+x}=1$ D. $\sqrt{5}x^2-x=5x^2-\sqrt{5}$

3. 若最简二次根式 $\sqrt{5x^2+1}$ 与 $3\sqrt{5+x}$ 是同类二次根式, 则 x 的值为 ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. 1 C. 1 或 $-\frac{4}{5}$ D. 都不是

4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 从以下条件① $\angle B=\angle C$; ② $BD=CE$; ③ $BE=CD$; ④ $\angle BAE=\angle CAD$ 中, 选出一个条件证明 $AD=AE$, 那么符合要求条件的个数有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 下列命题中, 假命题的个数是 ()

- (1) 垂直于同一条直线的两条直线平行;
- (2) 面积相等的两个三角形全等;
- (3) 等腰三角形的顶角平分线垂直平分底边;
- (4) 三角形的一个外角大于任何一个内角;
- (5) 有两角和一边对应相等的两个三角形全等;
- (6) 有两边和其中一边上的高对应相等的两个三角形全等.

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 D. 6

6. 定义: 若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根, 我们就称这两个方程为“同伴方程”. 例如

$x^2=4$ 和 $(x-2)(x+3)=0$ 有且仅有一个相同的实数根 $x=2$. 所以这两个方程为“同伴方程”, 若关于 x

的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的参数同时满足 $a + b + c = 0$ 和 $a - b + c = 0$. 且该方程与

$(x + 2)(x - n) = 0$ 互为“同伴方程”, 则 n 的值为 ()

A. 1 或 -1

B. -1

C. 1

D. 2

二、填空题(每题 4 分, 共 48 分)

7. 若 $\frac{1}{2}(m^2 - 3m)\sqrt{2m}$ 是二次根式, 则 m 的值为_____

8. 方程 $x(x + 2) = 2 + x$ 的解为_____.

9. 方程 $(m - 1)x^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围_____.

10. 若代数式 $\frac{2x + 1}{2 - \sqrt{x + 1}}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

11. 化简: $x\sqrt{-\frac{1}{12x^3}} =$ _____

12. 二次三项式 $(2m + 1)x^2 - (4m + 1)x + 2m - 1$ 可在实数范围内因式分解, 则 m 的取值范围_____

13. 在实数范围内因式分解: $3x^2 - 6x - 3 =$ _____

14. 某工厂自 1 月至 3 月的生产收入以相同的百分率逐月增长、经预算, 1 月份生产收入为 25 万元, 一季度的生产收入可达 91 万元, 设 2 月和 3 月工厂每月生产收入增长的百分率都为 x , 可列方程_____

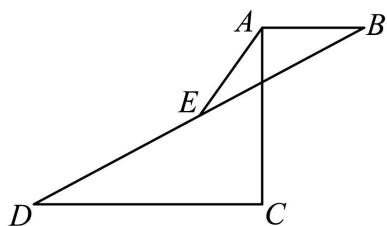
15. 等腰 $\triangle ABC$ 的一边长为 5, 另外两边的长是关于 x 的方程 $x^2 - 16x + m = 0$ 的两个实数根, 则 m 的值是_____

16. 命题“等腰三角形两底角的平分线相等”的逆命题是_____.

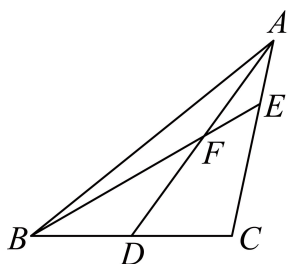
17. 阅读材料: 在直角三角形中, 斜边和两条直角边满足定理: 两条直角边的平方和, 等于斜边的平方, 因此如果已知两条边的长, 根据定理就能求出第三边的长, 例如: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 由定理得 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 代入数据计算求得 $AB = 5$.

请结合上述材料和已学几何知识解答以下问题:

已知: 如图, $\angle C = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB = 5$, $CD = 11$, $AC = 8$, 点 E 是 BD 的中点, 那么 AE 的长为_____.



18. 如图, 已知 AD 是 $\triangle ACB$ 的中线, 点 E 是 AC 上的一点, BE 交 AD 于 F , $AC = BF$, $\angle DAC = 24^\circ$, $\angle EBC = 30^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____



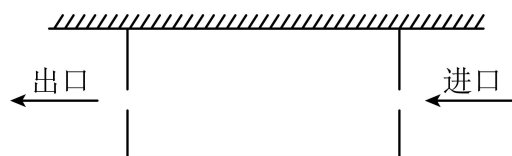
三、简答题(18、20、21、22 题 10 分; 23, 24 题 12 分; 25 题 14 分, 共 78)

19. $\sqrt{12} + 3\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{5\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}\sqrt{48}$

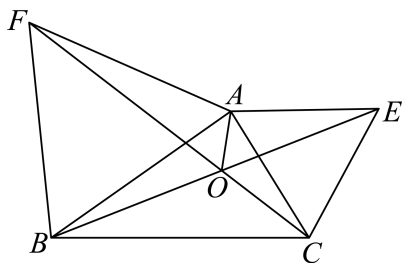
20. 用配方法解方程: $2x^2 - 5x - 4 = 0$.

21. 已知: $a + b = 2\sqrt{5} - \sqrt{6}$, $a - b = \sqrt{10} - 2\sqrt{3}$, 求: $-\frac{\sqrt{ab}}{3}$ 的值

22. 第二十二届中国上海国际艺术节首次移师上海市黄浦区南京东路第一百货商业中心, 主办方工作人员准备利用一边靠墙(墙长 30 米)的空旷场地为提前到场的观众设立面积为 320 平方米的封闭型长方形等候区. 如图, 为了方便观众进出, 在两边空出两个宽各为 1 米的出入口, 共用去围栏绳 50 米. 请问:



- (1) 工作人员围成的这个长方形的相邻两边长分别是多少米?
 (2) 长方形场地的最大面积是多少平方米?
23. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 外侧作等边三角形 ABF 、 ACE , 连接 BE 、 CF , 交于点 O



- (1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle AFC$
 (2) AO 为 $\angle EOF$ 的角平分线
24. 材料阅读: 韦达定理: 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数解, 则

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $4kx^2 - 4kx + k + 1 = 0$ 的两个实数根,

(1) 请用含 k 的代数式表示 $x_1 + x_2 =$ _____; $x_1^2 + x_2^2 =$ _____

(2) 是否存在实数 k , 使 $(2x_1 - x_2)(x_1 - 2x_2) = -\frac{3}{2}$ 成立? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请您说明理由;

(3) 直接写出使 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ 的值为整数的实数 k 的整数值.

25. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 120^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D .

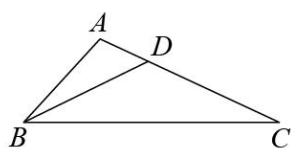


图1

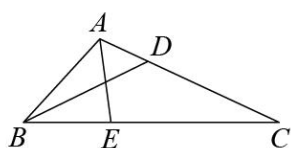


图2

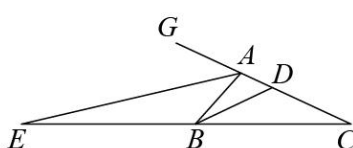


图3

(1) 求证: $BD = CD$.

(2) 如图 2, 若 $\angle BAC$ 的角平分线 AE 交 BC 于点 E , 求证: $AB + BE = AC$.

(3) 如图 3, 若 $\angle BAC$ 的外角平分线 AE 交 CB 的延长线于点 E , 则 (2) 中的结论是否成立? 若成立, 给出证明, 若不成立, 写出正确的结论.