

2025 学年第一学期八年级数学期中试卷

(考试时间: 90 分钟, 试卷满分: 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上.)

1. 下列说法正确的是 ()

A. 4 的平方根是 ± 2

B. 8 的立方根是 ± 2

C. -27 没有立方根

D. 9 的平方根是 3

2. 下列各式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

C. $\sqrt{a^2 + 4a^4}$

D. $\sqrt{a^2 - b^2}$

3. 近年来我国芯片技术突飞猛进, 某品牌手机自主研发的最新型号芯片, 其晶体管栅极的宽度为 0.00000014 米, 将数据 “0.00000014” 用科学记数法表示为 ()

A. 1.4×10^{-8}

B. 1.4×10^{-7}

C. 0.14×10^{-6}

D. 1.4×10^{-9}

4. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式的是 ()

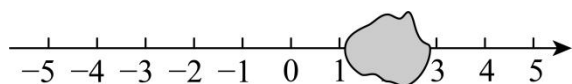
A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{18}$

D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

5. 如图, 数轴的一部分被阴影覆盖了, 则被阴影覆盖的数可能是 ()



A. $-\sqrt{3}$

B. $\sqrt{7}$

C. $\sqrt{11}$

D. 以上都不对

6. 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 满足 $a - b + c = 0$, 称此方程为 “贺岁” 方程. 已知方程

$a^2x^2 - 2024ax + 1 = 0 (a \neq 0)$ 是 “贺岁” 方程, 则 $a^2 + 2025a - \frac{a}{2024a + 1}$ 的值为 ()

A. -2024

B. 2024

C. -2025

D. 2025

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分.)

7. 比较大小: $\sqrt{3}$ _____ 2 (填 “>”, “<” 或 “=”).

8. 在实数 $\frac{22}{7}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{9}$, 0, π , $\sqrt{25}$ 中是无理数的有 _____ 个.

9. 将 $0.\dot{1}2\dot{3}$ 化成分数: $0.\dot{1}2\dot{3} =$ _____.

10. 一个正数的两个平方根为 $2a + 1$ 和 $5 - a$, 则 $a =$ _____.

11. 若二次根式 $\frac{\sqrt{x+1}}{2x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

12. 写出 $\sqrt{2a-b}$ 的一个有理化因式_____.

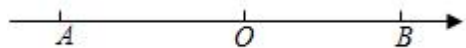
13. 不等式 $\sqrt{2x} < x+1$ 的解集是_____.

14. 如果 $a + \sqrt{a^2 - 6a + 9} = 3$ 成立, 那么实数 a 的取值范围_____.

15. 已知 $\sqrt{2.14} = 1.463$, $\sqrt{21.4} = 4.626$, $\sqrt[3]{0.214} = 0.5981$, $\sqrt[3]{2.14} = 1.289$, 则 214 的立方根是_____.

16. 若关于 x 的方程 $(a-1)x^{a^2+1} - 3x - 1 = 0$ 是一元二次方程, 则 a 的值是_____.

17. 如图, 点 A 在数轴的负半轴, 点 B 在数轴的正半轴, 且点 A 对应的数是 $2x-1$, 点 B 对应的数是 x^2+x , 已知 $AB=5$, 则 x 的值为_____.



18. 二次根式除法可以这样做: 如果 $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 7+4\sqrt{3}$, 像这样通过分子、分母同乘一个式子把分母中的根号化去或者把根号中的分母化去, 叫做分母有理化. 有下列结论:

①将式子 $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 进行分母有理化, 可以对其分子、分母同时乘以 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$;

②若 a 是 $\sqrt{2}$ 的小数部分, 则 $\frac{3}{a}$ 的值为 $\sqrt{2}+1$

③比较两个二次根式的大小: $\frac{1}{\sqrt{6}-2} > \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

④计算: $\frac{2}{3+\sqrt{3}} + \frac{2}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{2}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}} = 1 - \frac{\sqrt{11}}{33}$

以上结论正确的是_____. (写出所有正确的序号)

三、简答题 (19, 20, 22, 23 每题 5 分, 21, 24 每题 6 分, 共 32 分)

19. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{20} + \sqrt{2} \times \sqrt{24} - \sqrt{5}$.

20. 计算: $(\sqrt{5}-1)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}+3}$.

21. 计算: $\sqrt{xy} \div \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y} + \sqrt{2xy} \div \sqrt{\frac{1}{2x}}$

22. 解方程: $2(x-1)^2 + \sqrt{3}(1-x) = 0$.

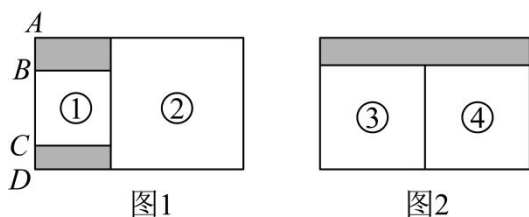
23. 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$

24. 当 $a = \frac{2}{3}$, 化简代数式 $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + \sqrt{\frac{a^2+1}{a}} - 2$, 并求值.

四、解答题 (25, 26 题 8 分, 27 题 10 分, 共 26 分)

25. 情景: 实践小组成员利用两块相同的长方形木板各切割两个正方形木板.

操作: 甲组成员的切割方式如图 1 所示, 小正方形① (一边 BC 与长方形边重合) 的面积为 27cm^2 , 小正方形② (三边与长方形边重合) 的面积为 75cm^2 , $AB = 2\text{cm}$.



(1) 求 CD 的长.

探究: 乙组成员的切割方式如图 2 所示, 从长方形木板上切下两块完全相同的最大的正方形木板③④.

(2) 求剩余部分 (阴影) 的面积 S .

26. 学习了 $\sqrt{a^2} = |a|$ 后, 数学老师出了一道化简题: $a + \sqrt{(1-a)^2} (a > 1)$. 下面是小亮和小芳的解答过程.

小亮: 解: 原式 $= a + 1 - a = 1$;

小芳: 解: 原式 $= a + |1-a|$, $\because a > 1, \therefore$ 原式 $= a + a - 1 = 2a - 1$,

(1) _____ 的解法是正确的;

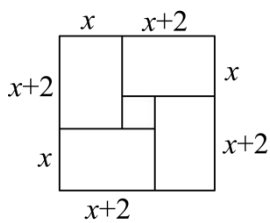
(2) 化简: $\left(\sqrt{ab} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right) \cdot \sqrt{ab}$, 其中 $a < 0, b < 0$.

27. 综合与实践: 阅读材料, 并解决以下问题.

(1) 学习研究: 北师大版教材九年级上册第 39 页介绍了我国数学家赵爽在其所著的《勾股圆方图注》中关于一元二次方程的几何解法: 以 $x^2 + 2x - 35 = 0$ 为例, 求解过程如下:

①变形: 将方程 $x^2 + 2x - 35 = 0$ 变形为 $x(x+2) = 35$;

②构图: 画四个长为 $x+2$, 宽为 x 的矩形, 按如图 (1) 所示构造一个“空心”大正方形;

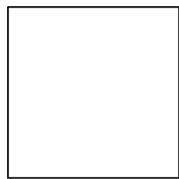


图(1)

③解答：则图中大正方形的面积从整体看可表示为 $(x + x + 2)^2$ ，从局部看还可表示为四个矩形与中间小正方形面积之和，即 $4x(x + 2) + 2^2 = 4 \times 35 + 4 = 144$ ，因此，可得新的一元二次方程 $(x + x + 2)^2 = 144$ ， $\therefore x$ 表示边长， $\therefore 2x + 2 = 12$ ，即 $x = 5$ 。

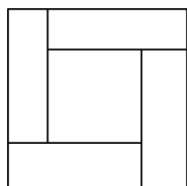
这种数形结合方法虽然只能得到原方程的其中一个正根。但是从新方程 $(x + x + 2)^2 = 144$ 可以得到原方程的另一个根是_____。

(2) 类比迁移：根据赵爽几何解法的方法求解方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的一个正根（写出完整的求解过程，并在画图区画出示意图、标明各边长）。



画图区

(3) 拓展应用：一般地对于形如： $x^2 + ax + b = 0$ 一元二次方程可以构造图（2）来解，已知图 2 是由四个面积为 3 的相同矩形构成，中间围成的正方形面积为 4。那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ，方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的一个正根为_____。



图(2)