

2024 学年第一学期八年级数学学科期中考试

时间：90 分钟 满分：100 分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列二次根式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{18a}$ B. $\sqrt{12a^4}$ C. $\sqrt{\frac{a^2}{8}}$ D. $\sqrt{24}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=-1$ B. $(\sqrt{3}+1)^2=4$
C. $\sqrt{3.6}=0.6$ D. $\sqrt{9+16}=3+4$

3. 下列选项是一元二次方程的是（ ）

- A. $x^2-\frac{1}{x}=1$ B. x^2-3x+2
C. $2x^2+1=0$ D. $ax^2+3x=0$ (a 为常数)

4. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

- A. $(x-8)^2+1=0$ B. $x^2-x+6=0$
C. $ax^2+b=0$ D. $2x(x-1)=2x^2+3$

5. 下列命题中，是真命题的是（ ）

- A. 如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根，那么 $b^2-4ac > 0$
B. 如果 $a^2=b^2$ ，那么 $\sqrt{a^2}=\sqrt{b^2}$
C. 两腰及一腰上的高对应相等的两个等腰三角形全等
D. 底边及一个内角相等的两个等腰三角形全等

6. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为 BC 中点，下列说法错误的是（ ）

- A. 点 B 、 C 到直线 AD 的距离相等
B. 如果 $BD=AD$ ，那么 $AB \perp AC$
C. 如果 $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为点 E ， F ，那么 $\frac{DE}{DF}=\frac{AC}{AB}$
D. 如果 $\angle C=2\angle B$ ，那么 $AD=BD$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 当 x _____ 时, $\sqrt{x-2}$ 有意义.

8. 化简: $\sqrt{48} =$ _____.

9. $\sqrt{a+3}$ 的有理化因式可以是 _____ . (只需填一个)

10. 已知一个一元二次方程有一个根为 -1 , 且常数项为 0 , 请写出一个满足要求的方程: _____.

11. 不等式 $3x-1 < \sqrt{2}x$ 的解集是 _____.

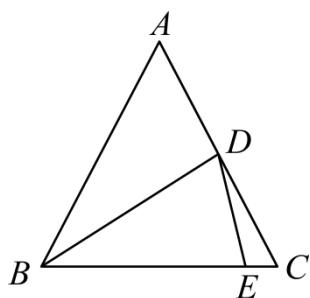
12. 在实数范围内因式分解: $3x^2 + x - 1 =$ _____.

13. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-1)x = -\frac{1}{4}m^2$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是 _____.

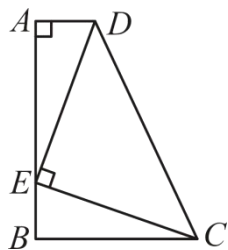
14. 把命题“全等三角形的对应边相等”改写成“如果……, 那么……”的形式: _____.

15. 某工厂五月份的产值为 100 万元, 七月份的产值为 81 万元, 如果每个月产值降低的百分率相同, 那么这个降低的百分率为 _____. (填百分数)

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 平分 $\angle ABC$, $BD = BE$, 已知 $\angle DEC = 106^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____ $^\circ$.



17. 如图, 已知 $\angle A = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $DE \perp EC$, 如果 $\angle EDC = 45^\circ$, $AD = 2$, $AB = 7$, 那么 $BC =$ _____.



18. 我们知道二次根式具有以下性质: $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, 小普同学经过思考, 得出 $(\sqrt{-a})^2 = -a (a < 0)$,

利用这些结论, 准确解出形如 $x - 2\sqrt{x} - 8 = 0$ 的方程, 方法如下:

由题意，可知 $x \geq 0$ ，得 $x = (\sqrt{x})^2$ 。

原方程变形为 $(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} - 8 = 0$ ，

$\therefore (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 4) = 0$ ，

$\therefore \sqrt{x} = -2$ （舍去）或 $\sqrt{x} = 4$ ，

$\therefore x = 16$ 。

已知 $x - 5\sqrt{-xy} + 6y = 0$ ($x > 0$)，参考以上方法，可求得 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题（本大题共 7 题，第 19202 题每题 6 分；第 2324 题每题 8 分；第 25 题 12 分，满分 52 分）

19. 计算： $\sqrt{27} + \sqrt{0.25} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 。

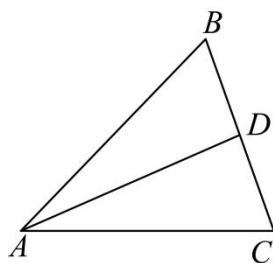
20. 计算： $\sqrt{6x^7} \cdot 2\sqrt{\frac{3}{x^3}} \div \sqrt{\frac{x}{2}}$ 。

21. 配方法解方程： $2x^2 + 10x + 9 = 0$ 。

22. 线段 AB 上的一点 P 将 AB 分割成 PA 、 PB ($PA > PB$) 两段，如果 PA 的长度是 AB 与 PB 长度的比例中项，即 $PA^2 = PB \cdot AB$ ，那么称点 P 为线段 AB 的黄金分割点。如图，已知线段 $AB = 1$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($PA > PB$)，求 PA 的长度。



23. 求证：如果一个三角形一边上的中线平分这条边所对的内角，那么这个三角形是等腰三角形。如图所示，小普同学按照题目要求画出了 $\triangle ABC$ 以及 BC 边上的中线 AD ，请你依据此图完成命题的证明。

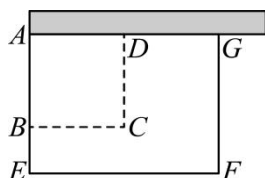


已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

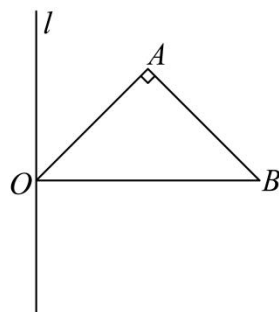
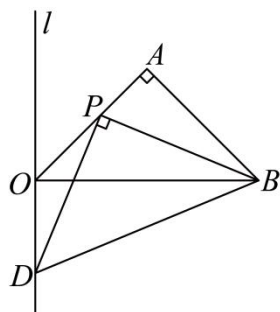
求证： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

证明:

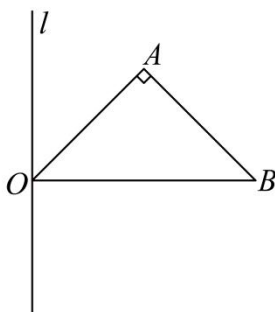
24. 如图, 已知一个一面靠墙 (图中阴影部分, 墙长 10 米), 三面用篱笆围成的正方形仓库 $ABCD$, 该仓库的边长为 4 米, 且仓库的一边 AB 紧贴墙的一端, 现因业务需要进行扩建, 保留 AB 边, 拆除另外两面篱笆 (BC 与 CD), 不计损耗, 用拆除的旧篱笆加上 8 米长的新篱笆进行如图所示的扩建. 如果要求新的长方形仓库 ($AEFG$) 的面积增加 32 平方米, 求新仓库相邻两边的长.



25. 已知在 $\triangle OAB$ 中, $\angle OAB = 90^\circ$, $AO = AB$, $OB = 4$, 过点 O 作直线 $l \perp OB$, 点 P 为直线 OA 上一点, 连接 BP , 作 $PD \perp PB$ 交直线 l 于点 D .



备用图1



备用图2

(1) 如图, 当 P 在线段 OA 上时.

① 设 $\angle ABP = \alpha$, 那么 $\angle PDO = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 α 的代数式表示).

② 求证: $PD = PB$;

(2) 设点 P 到直线 OB 的距离为 m , 当 $\triangle OPD$ 的面积为 4 时, 请直接写出 m 的值.