

2023 学年第一学期八年级数学期中考试

(考试时间 90 分钟 满分 120 分)

注意:

1. 本试卷共 30 题.
2. 请将所有答案做在答卷的指定位置上, 做在试卷上一律不计分.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列关于 x 的方程中, 无实数根的是 ()

A. $x^2 - x - 1 = 0$

B. $2x^2 - 4x + 1 = 0$

C. $ax^2 + b = 0$ ($a \neq 0$ 、 $b \neq 0$, 且 a 、 b 同号)

D. $x^2 - (a+2)x + a = 0$

2. 下列代数式中, 二次根式 $\sqrt{m+n}$ 的有理化因式可以是 ()

A. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$;

B. $\sqrt{m} - \sqrt{n}$;

C. $\sqrt{m+n}$;

D. $\sqrt{m-n}$.

3. 为防止疫情扩散, 佩戴口罩成为疫情期间有效防范措施之一, 某工厂为了能给市场提供充足的口罩, 第一个月至第三个月生产口罩由 67500 袋增加到 90000 袋, 设该工厂第一个月至第三个月生产口罩平均每月增长率为 x , 则可列方程为 ()

A. $67500(1+2x) = 90000$

B. $67500(1+x)^2 = 90000$

C. $67500 + 67500(1+x) + 67500(1+x)^2 = 90000$

D. $67500 \times 2(1+x) = 90000$

4. 下列根式中是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{5}{x}}$

B. $\sqrt{12x}$

C. $\sqrt{x^2 + 4}$

D. $\sqrt{x^2 + 6xy + 9y^2}$

5. 三角形内到三条边的距离相等的点是 ()

A. 三角形三条边的垂直平分线的交点

B. 三角形三条中线的交点

C. 三角形三条高所在直线的交点

D. 三角形三条角平分线的交点

6. 下列命题中, 是假命题的是 ()

A. 斜边和一直角边对应相等的两个直角三角形全等;

B. 在一个角的内部 (包括顶点) 且到角的两边距离相等的点, 在这个角的平分线上.

C. 每个命题都有逆命题;

D. 每个定理都有逆定理.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

8. “同位角相等”的逆命题是_____.

9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围_____.

10. 若 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 1) = 12$, 则 $a^2 + b^2$ 的值为_____.

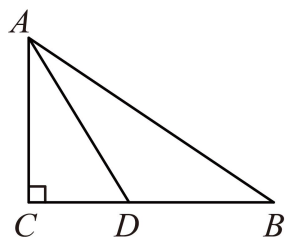
11. 若一元二次方程 $(k-1)x^2 + 3x + k^2 - 1 = 0$ 有一个根为 $x = 0$, 则 $k =$ _____.

12. $2\sqrt{6} + 3\sqrt{2}$ 的有理化因式是_____.

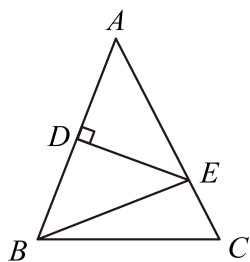
13. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 4x + 1 =$ _____.

14. 满足底边为已知线段 BC 的等腰三角形 ABC 的顶点 A 在_____上.

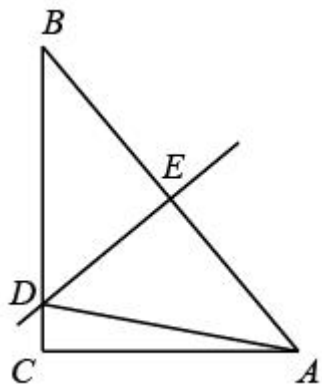
15. 如图, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 若 $BC = 5$, $BD = 3$, 则 D 到 AB 的距离为_____.



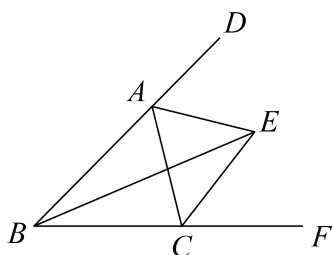
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线 DE 与边 AB , AC 交于点 D , E , 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCE$ 的周长分别是 26cm 和 14cm, 则 BD 的长为_____ cm.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, AB 的垂直平分线交 BC , AB 于点 D , E , $\angle CAB = 50^\circ$, 那么 $\angle CAD =$ _____.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 52^\circ$, 三角形的两个外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E . 则 $\angle ABE = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、简答题 (本大题共 4 题, 每小题 6 分, 满分 24 分)

19. $(\sqrt{6} + 2 + \sqrt{2})(\sqrt{6} + 2 - \sqrt{2})$.

20. 解方程: $9(2x+1)^2 - 16(x-2)^2 = 0$.

21. 解方程: $12x = -x^2 - 36$.

22. 用配方法解方程: $2x^2 + 5x - 4 = 0$

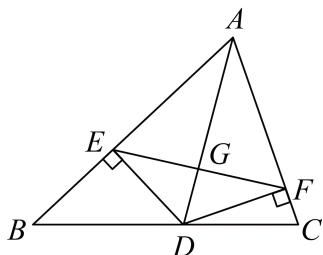
四、解答题 (本大题共 4 题, 第 23, 24 题每题 7 分, 第 25, 26 题每题 8 分, 满分 30 分)

23. 已知: 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 $m = 0$ 时, 将 m 的值代入方程, 并用配方法求出此方程的两个实数根.

24. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的平分线, $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 联结 EF . 求证: $AD \perp EF$



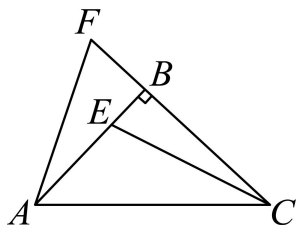
25. “南国梨”素有“梨中之王”美称, 主产于中国辽宁省的鞍山, 某南国梨种植基地 2020 年种植 64 亩,

到 2022 年的种植面积达到 100 亩.

(1) 求该基地这两年“南国梨”种植面积的平均增长率.

(2) 某超市调查发现, 当“南国梨”的售价为 8 元/千克时, 每周能售出 400 千克, 售价每千克上涨 0.5 元, 每周销售量减少 10 千克, 已知该超市“南国梨”的进价为 6 元/千克, 为了维护消费者利益, 物价部门规定, 该水果售价不能超过 17 元/千克. 若使销售“南国梨”每周获利 2400 元, 则售价应多少元/千克?

26. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BA = BC$, 点 F 为 CB 延长线上一点, 点 E 在 AB 上, 且 $AF = CE$.



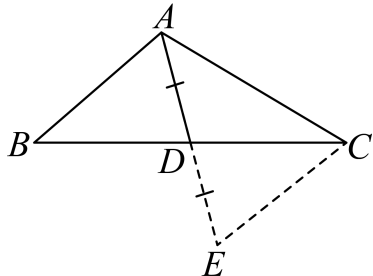
(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 若 $\angle ACE = 25^\circ$, 求 $\angle CAF$ 的度数.

五、综合题 (本大题共 1 题, 满分 10 分)

27. 当已知三角形一边中点时, 我们常通过“倍长中线”来构造全等的两个三角形, 从而解决问题.

如图, 已知 $\triangle ABC$, 点 D 是 BC 的中点, 延长 AD 至点 E , 使 $DE = AD$, 连接 CE , 易得到 $\triangle ECD \cong \triangle ABD$, 从而得到 $CE = AB$, $\angle CED = \angle BAD$.



已知 $\triangle ABC$, 点 D 是 BC 的中点.

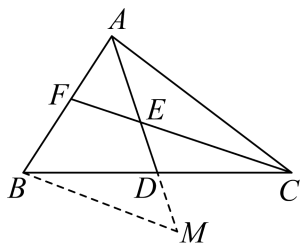


图1

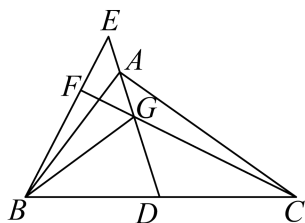


图2

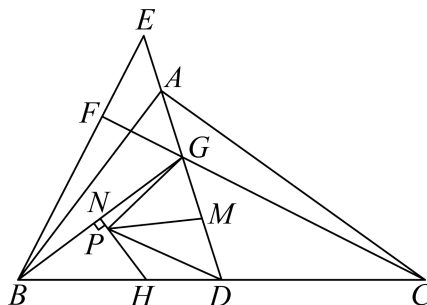


图3

(1) 如图 1, 点 E 在 AD 上, 延长 CE 交 AB 于点 F , 且 $FA = FE$, 求证: $CE = AB$; 小明同学应用倍长中线的方法, 延长 ED 至点 M , 使 $ED = DM$, 连接 BM , 请你帮助他写出证明过程.

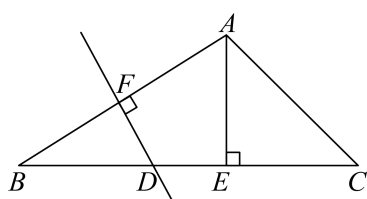
(2) 如图 2, 点 E, G 在射线 DA 上, 连接 BE, CG, BG , 延长 CG 交 BE 于点 F , 若 $FE = FG$, G 为 ED

的中点，求证： $BG = BD$ ；

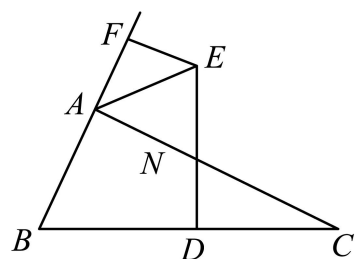
(3) 在 (2) 的条件下，若点 M 是线段 DG 的中点， $\angle DBG = 40^\circ$ ， NH 垂直平分线段 BG ，在 NH 上有一动点 P ，连接 GP ， DP ， PM ，当 $\triangle GPM$ 的周长最小时，求 $\angle DPH$ 的度数.

六、能力拓展题 (本大题共 3 题，第 28，29 题每题 5 分，第 30 题 10 分，满分 20 分)

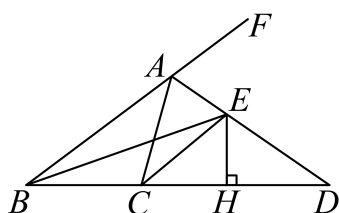
28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ， AB 的垂直平分线交 BC 于点 D ，交 AB 于点 F ，若 $BD = 6\sqrt{2}$ ，则 $\angle DAE =$ _____.



29. 已知： $\triangle ABC$ ， DE 垂直平分 BC 边， $\angle BAC$ 外角平分线与 DE 交于 E ，过 E 作 EF 垂直直线 AB 于 F 。若 $AF = 2$ ， $AB = 3$ ，那么 AC 长是_____.



30. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 延长线上， $\angle ACB = 96^\circ$ ， $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E ，过点 E 作 $EH \perp BD$ ，垂足为 H ，且 $\angle CEH = 48^\circ$ 。



(1) 直接写出 $\angle ACE$ 的度数 = _____；

(2) 求证： AE 平分 $\angle CAF$ ；

(3) 若 $AC + CD = 14$ ， $AB = 8$ ，且 $S_{\triangle ACD} = 21$ ，求 $\triangle ABE$ 的面积.