

徐汇区 2025 学年初二年级第一学期

期中考试（数学） 试卷

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 一个正方形的面积是 8，估计它的边长大小在（ ）

- A. 1 与 2 之间 B. 2 与 3 之间 C. 3 与 4 之间 D. 4 与 5 之间

2. 下列说法正确的是（ ）

- A. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 4 B. 负数没有立方根
C. 64 的立方根是 ± 4 D. $(-5)^2$ 的算术平方根是 5

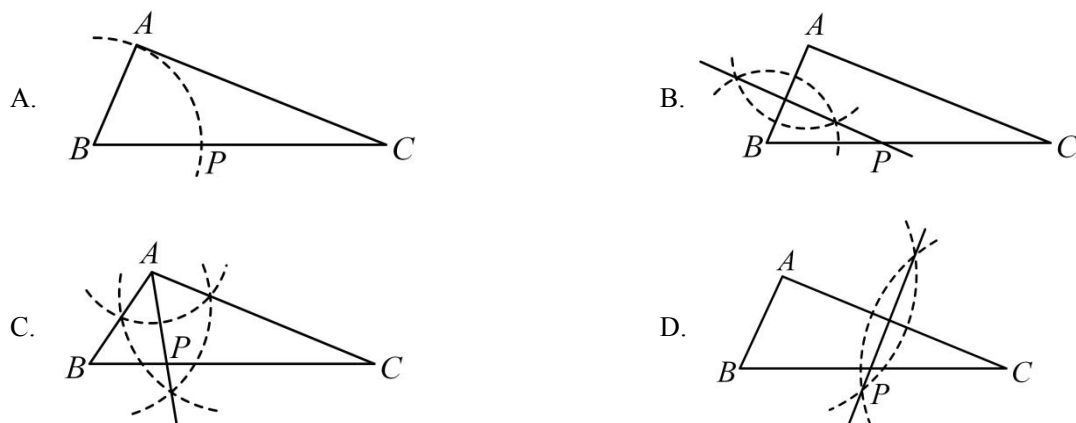
3. 下列实数中，无理数是（ ）

- A. $\sqrt{8}$ B. 3.14 C. $\frac{22}{7}$ D. $\sqrt[3]{64}$

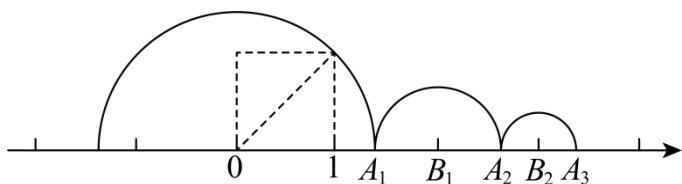
4. 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为（ ）

- A. $\sqrt{x}$ B. $-\sqrt{-x}$ C. $-\sqrt{x}$ D. $\sqrt{-x}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC > AB$ ，用尺规作图在 BC 边上确定一点 P ，使 $PA + PB = BC$ ，则一定符合要求的选项是（ ）



6. 如图，通过画边长为 1 的正方形，就能准确的把 $\sqrt{2}$ 表示在数轴上点 A_1 处，记 A_1 右侧最近的整数点为 B_1 ，以点 B_1 为圆心， A_1B_1 半径画半圆，交数轴于点 A_2 ，记 A_2 右侧最近的整数点为 B_2 ，以点 B_2 为圆心， A_2B_2 为半径画半圆，交数轴于点 A_3 ，如此继续，则 A_1B_{11} 的长为（ ）



- A. $2-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}+1$

二、填空题（每题 2 分，共 28 分）

7. 25 的平方根是_____.

8. 解方程: $(x-1)^3 = 3\frac{3}{8}$, 则 $x =$ _____.

9. $\sqrt{28}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{x-1}$ 为同类二次根式, 则 $x =$ _____.

10. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ _____ $\frac{3}{4}$.

11. $2\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ 的有理化因式是_____.

12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-10=0$ 的一个根为 5, 则 m 的值为_____.

13. 科技兴则民族兴, 科技强则国家强. 近几年我国一直在芯片工艺上进行技术攻坚, 目前, 我国科学家研发出一款芯片拥有近 6000 个晶体管, 每个晶体管只有 3 个原子厚, 即厚度约为 0.00000000065m, 则数字 “0.00000000065” 用科学记数法表示为_____

14. 若 $|a-b+1|$ 与 $\sqrt{a+2b+4}$ 互为相反数, 则 $a+b =$ _____.

15. 定义一种新的运算: 对于任意实数 a, b , 都有 $a*b = (a-1)^2 + b^2$, 则 $(\sqrt{3}+1)*(-\sqrt{7})$ 的值是_____

16. 不等式 $\sqrt{5}x-1 > 2x$ 的解集是_____.

17. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-3mx+x+2m-1=0$ 的根的判别式的值为 1, 那么 m 的值为_____.

18. 我们称一元二次方程的两个根差的绝对值为两个根的距离, 若关于 x 的方程 $(x+2)(mx+n)=0$ 的两根距离为 3, 则 $\frac{m-n}{3m} =$ _____

19. 定义: 若三角形的两个内角 α 和 β 满足 $\alpha+2\beta=90^\circ$, 则称这样的三角形为 “奇异互余三角形”. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC=58^\circ$, P 是射线 CB 上一点, 若 $\triangle APB$ 是 “奇异互余三角形”, 则 $\angle APC =$ _____

20. 已知实数 x 满足方程: $(x^2+x)^2-4(x^2+x)-12=0$, 则 $x^2+x =$ _____.

三、解答题

21. 计算: $(\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3})$

22. 计算: $\sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$

23. 计算 $\frac{n}{m} \cdot \left(-\frac{1}{m} \sqrt{\frac{n^3}{m^3}} \right) \div \sqrt{\frac{n}{2m^3}} \quad (m > 0)$

24. 用合适方法解方程: $x^2 - 14x + 45 = 0$

25. 用合适方法解方程:

$$3x^2 - 4x - 5 = 0$$

26. 用合适方法解方程:

$$x^2 - 2x - 899 = 0$$

27. 超速驾驶是造成交通事故的重要原因之一. 交警部门一般会根据刹车后滑行的距离判断车辆的行驶速度, 公式为 $v = 16\sqrt{df}$, 其中 v 表示车速 (单位: km/h), d 表示刹车后滑行的距离 (单位: m), f 表示摩擦因数. 若交警在处理某次交通事故时, 测得 $d = 19.2\text{m}$, $f = 1.25$, 已知该路段限速 70km/h , 那么该汽车超速了吗? 请说明理由. (已知: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$, 结果保留一位小数)

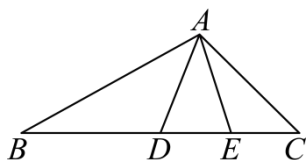
28. 先化简, 后求值: $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{9a+6\sqrt{ab}+b}{3\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, 其中 $a = \frac{1}{3}, b = 3$.

29. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1^2 + x_2^2 = -6x_1x_2 + 3$ 时, 求 m 的值.

30. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BD = DC = AC$, AD 平分 $\angle BAE$, 求证: E 是 DC 的中点.



31. 阅读材料并解决问题

材料 1: 我们学了一元二次方程的解法, 其中最基本的方式, 是利用因式分解进行降次. 那么对于更高次的方程, 我们也可以用类似方法进行求解. 例如: 解方程: $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$, 可将其左边通过拆项, 试

根等方式，因式分解为 $(x-2)(x+1)(x-3)=0$ ，则方程的根为 $x_1=2$ ， $x_2=-1$ ， $x_3=3$

材料2：当我们知道一个方程两根之和与两根之积时，利用韦达定理，我们可以构建满足这样条件的方程

例如：设一元二次方程的两根为 x_1 ， x_2 ，且已知 $x_1+x_2=\frac{2}{3}$ ， $x_1x_2=-5$ ，则满足这两个解的方程是：

$$x^2 - \frac{2}{3}x - 5 = 0$$

材料3：我们知道若 x_1 ， x_2 ，是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实数根，则我们可以把方程写为

$a(x-x_1)(x-x_2)=0$ ，展开后得 $ax^2-a(x_1+x_2)x+ax_1x_2=0$ ，比较两个方程的对应系数，不难发现

$$b=-a(x_1+x_2)，c=ax_1x_2$$

由此我们也能得到一元二次方程的根与系数关系： $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2=\frac{c}{a}$

(1) 利用材料推导一元三次方程的根与系数关系

即，若 x_1 ， x_2 ， x_3 ，是方程 $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$ 的三个实数解，试用 a ， b ， c ， d 表示：

$$x_1+x_2+x_3，x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1，x_1x_2x_3$$

(2) 根据材料求方程组
$$\begin{cases} a+b+c=7 \\ ab+bc+ac=11 \\ abc=-3 \end{cases}$$
的一组实数解（写出一组即可）

附加题

32. 已知：
$$\begin{cases} x+y+z=5 \\ xy+yz+xz=3 \end{cases}$$
，求 z 的最大值