

初二年级 12 月能力诊断

(数学) 试题卷

(满分 100 分, 完卷时间 90 分钟)

考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

一、选择题 (本题共 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列实数中, 无理数是 ()

- A. 1.232232223 B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt[3]{27}$ D. $\sqrt{8}$

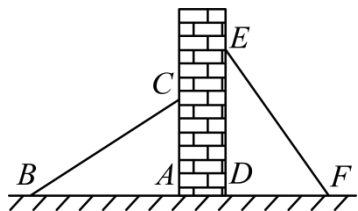
2. 下列根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

3. 在下列关于 x 的一元二次方程中, 一定有两个不相等的实数根的是 ()

- A. $x^2 - 3x - 1 = 0$ B. $3x^2 - x + 1 = 0$
C. $x^2 + 3 = 0$ D. $x^2 - 4x + 4 = 0$

4. 如图, 有两根长度相同的竹竿靠在一面竖直的墙两侧, 已知左边竹竿端点 C 与墙角 A 的距离等于右边竹竿底部 F 与墙角 D 的距离, 则 $\angle ABC + \angle DFE =$ ()

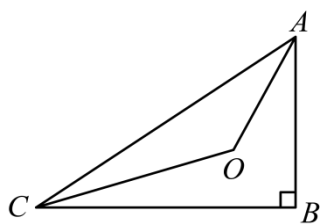


- A. 90° B. 100° C. 110° D. 120°

5. 下列命题中, 逆命题是真命题的是 ()

- A. 如果两个直角三角形全等, 那么它们的斜边相等
B. 如果两个实数的商为 -1 , 那么这两个实数互为相反数
C. 如果 $a = b$, 那么 $\sqrt{a^2} = \sqrt{b^2}$
D. 如果一个三角形是等腰三角形, 那么这个三角形两腰上的高相等

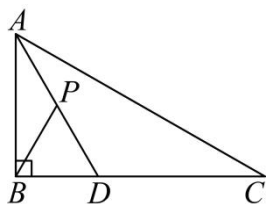
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, 点 O 是 $\angle CAB, \angle ACB$ 平分线的交点, 且 $BC = 8\text{cm}, AC = 10\text{cm}$, 则点 O 到边 AB 的距离为 ()



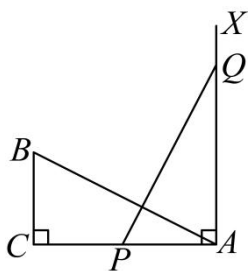
- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm

二、填空题 (本题共 14 题, 每题 2 分, 共 28 分)

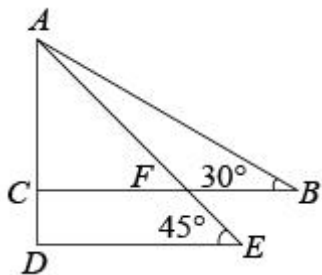
7. 梅花的花粉直径约为 0.000036m , 0.000036 用科学记数法表示为_____.
8. 数轴上点 A 表示的数是 $\sqrt{18}$, 点 B 在点 A 的左边, 且 $AB=3$, 那么点 B 表示的数是_____.
9. 若 -4 是 a 的一个平方根, $(\sqrt{9})^2$ 的算术平方根是 b , 则 $\sqrt{a+b}$ 的值为_____.
10. 一元二次方程 $4x(x-2)=3(x-2)$ 的解 $x=$ _____.
11. 已知 $a < 0$, 化简: $\sqrt{a^2b}=$ _____.
12. 如果关于 x 的一元二次方程 $2x^2+mx+1=0$ 的两根为 1 和 $\frac{1}{2}$, 那么多项式 $2x^2+mx+1$ 可分解为_____.
13. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-3x+5=0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.
14. 某商品购买价 100 元, 第一年使用后折旧 20% , 第二、三年折旧率相同. 在第三年末它折旧后的价值是 20 元, 求该商品第二、三年折旧率为_____.
15. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2+x-3=0$, 设方程两个实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $(x_1+x_2)^2+x_1 \cdot x_2=4$, $k=$ _____.
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 是 BC 边上的一点, 点 P 是 AD 的中点, 若 AC 的垂直平分线经过点 D , $DC=8$, 则 $BP=$ _____.



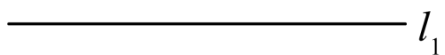
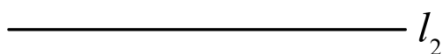
17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12$, $BC=6$, P, Q 两点分别在线段 AC 和 AC 的垂线 AX 上移动, 且 $PQ=AB$, 要使 $\triangle ABC$ 和 $\triangle APQ$ 全等, 则 AP 的长为_____.



18. 将一副三角尺如图所示叠放在一起，点 A 、 C 、 D 在同一直线上， AE 与 BC 交于点 F ，若 $AB = 14\text{cm}$ ，则 $AF = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.



19. 我们新定义一种三角形：两边的平方和等于第三边平方的 2 倍的三角形叫做“可爱三角形”. 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“可爱三角形”， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{2}$ ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.
20. 我们规定：如果一个三角形一边上的高等于这条边，那么这个三角形叫做“等高底”三角形，这条边叫做这个三角形的“等底”. 如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ， l_1 与 l_2 之间的距离是 3，“等高底” $\triangle ABC$ 的“等底” BC 在直线 l_1 上 (点 B 在点 C 的左侧)，点 A 在直线 l_2 上， $AB = \sqrt{2}BC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 A 、 C 的对应点分别为点 A_1 、 C_1 ，那么 A_1C 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、计算题 (本大题共 6 题，每题 5 分，共 30 分)

21. 计算： $(\sqrt{12} - \sqrt{24}) \div \sqrt{3} - \frac{2}{2 + \sqrt{2}}$.

22. 计算： $\frac{a}{b} \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a^3b} \div 3\sqrt{\frac{a}{b}} (a > 0, b > 0)$

23. 解方程： $(2x - 1)^2 + (1 - 2x) = 2$.

24. 解方程： $2x^2 - 4x - 1 = 0$.

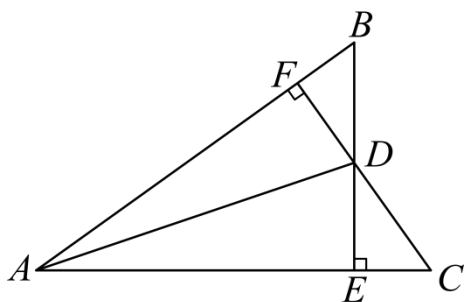
25. 解方程: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2} = -\frac{8}{x^2-4}$.

26. 解方程: $\frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2+3x} = 1$.

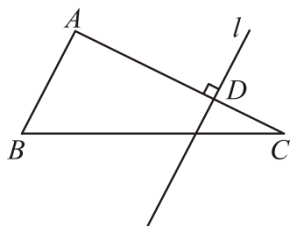
四、解答题 (本题共 4 题, 共 30 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

27. 今年新型“和谐号”高速列车正式投入沪宁线运行, 已知上海到南京全程约为 300 公里, 如果新型“和谐号”高速列车行驶的平均速度比原来“和谐号”动车行驶的平均速度每分钟快 2 公里, 那么从上海到南京比原来“和谐号”动车少用 40 分钟, 问新型“和谐号”高速列车从上海到达南京大约需要多少分钟?

28. 已知 $BE \perp AC$ 于 E , $CF \perp AB$ 于 F , BE 、 CF 相交于点 D , 若 $BD = CD$. 求证: AD 平分 $\angle BAC$.



29. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{5}AB$, 直线 $l \perp AC$, 垂足为点 D .



(1) 如果点 E 在直线 l 上, 且点 E 到 $\angle BAC$ 两边的距离相等, 试用直尺和圆规作出满足上述条件的点 E (不写作法, 仅保留作图痕迹, 在图中清楚地标注出点 E);

(2) 在第 (1) 题的条件下, 连接 BE 和 CE , 如果 $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACE}} = \frac{1}{2}$, 请判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

30. 综合与实践

【问题情境】

数学综合与实践活动课上, 老师提出如下问题: 如图 1 是一个三级台阶, 它的每一级的长、宽、高分别为 20dm, 3dm, 2dm, A 和 B 是这个三级台阶两个相对的端点, 若 A 点有一只蚂蚁, 想到 B 点去吃可口的食物, 则蚂蚁沿着台阶面爬行到 B 点的最短路程是多少?

(1) 同学们经过思考得到如下解题方法: 如图 2, 将三级台阶展开成平面图形, 连接 AB , 经过计算得到 AB 长度即为最短路程, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$.

【变式探究】

(2) 如图 3，一个圆柱形玻璃杯，若该玻璃杯的底面周长是 48 厘米，高是 7 厘米，一只蚂蚁从点 A 出发沿着玻璃杯的侧面到与点 A 相对的点 B 处，则该蚂蚁爬行的最短路程是多少厘米？

【拓展应用】

(3) 如图 4，圆柱形玻璃杯高为 14cm，底面周长为 32cm，在杯内壁离杯底 5cm 的点 B 处有一滴蜂蜜，此时一只蚂蚁正好在杯外壁，离杯上沿 3cm 与蜂蜜相对的点 A 处，则蚂蚁从外壁 A 处到内壁 B 处的最短路程是多少厘米？（杯壁厚度不计）

