

徐汇中学 2024 学年初二年级第一学期期中考试数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 + 10 分)

【请将所有答案填写在答题纸上, 在本试卷上作答无效】

一、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

1. 化简: $\sqrt{28} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 等式 $\sqrt{\frac{a}{a-3}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ 成立的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 分母有理化 $\frac{1}{\sqrt{a-b}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 方程 $3(x-7)^2 = 2(x-7)$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

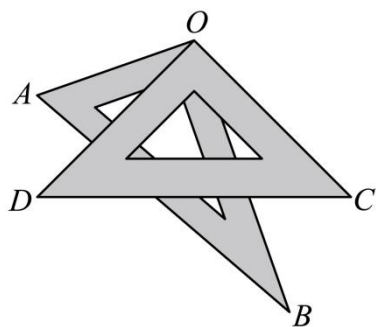
5. 在实数范围内分解因式: $2x^2 - 2x - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 不等式 $\sqrt{3}x - 1 > 2x$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

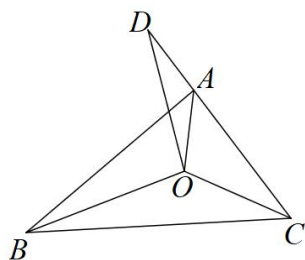
7. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 某厂 3 月份的产值为 50 万元, 5 月份的产值上升到 72 万元, 期间每个月的增长率相同. 如果设相同的增长率是 x , 那么列出方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

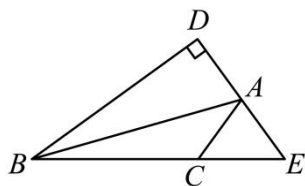
9. 如图, 将一副三角板叠放在一起, 使直角顶点重合于点 O , 则 $\angle AOC + \angle DOB = \underline{\hspace{2cm}}$.



10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 84^\circ$, 三条角平分线交于点 O , D 在 CA 的延长线上, 且 $DC = BC$, $AD = AO$, 则 $\angle BCA$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



11. 如图, $\triangle ACE$ 中, $AC = AE$, $BD \perp AE$ 交 EA 的延长线于点 D , 若 $\angle BAD = \angle CAE$, $AE = 2$, $AB = 7$, 则 AD 的长为_____.



12. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根, 且其中一个根为另一个根的 2 倍, 则称这样的方程为“倍根方程”; 现有下列结论:

- (1) 若关于 x 的方程 $x^2 + ax + 2 = 0$ 是倍根方程, $a = \pm 3$;
- (2) 方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 是倍根方程;
- (3) 若关于 x 的方程 $(x-2)(mx+n) = 0$, ($m \neq 0$) 是倍根方程, 则 $4m^2 + 5mn + n^2 = 0$;
- (4) 若 $q = 2p$, 则关于 x 的方程 $px^2 - q = 0$ ($p \neq 0$) 是倍根方程.

其中正确的结论有_____. (写出所有正确说法的序号)

二、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

13. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{20a}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2a}}$ C. $\sqrt{a^2b^4}$ D. $\sqrt{a^2+b^2}$

14. 当 $0 < a < 1$ 时, 化简 $\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \frac{1}{a} =$ ()

- A. a B. $-a$ C. $a - \frac{2}{a}$ D. $\frac{2}{a} - a$

15. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ B. 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$
- C. 如果 $a \neq b$, 那么 $|a| \neq |b|$ D. 若 $a^2 \neq b^2$, 则 $a \neq b$

16. 已知方程 $x^2 - kx - 6 = 0$ 的两个根都是整数, 则 k 的值有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 无数个

17. 若二次三项式 $ax^2 - 3x - 4$ 能在实数范围内分解因式, 则 a 的取值范围是 ()

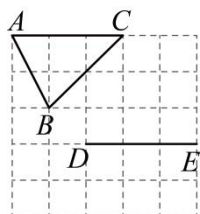
A. $-\frac{9}{16} < a < 0$

B. $a > -\frac{9}{16}$

C. $a \geq -\frac{9}{16}$ 且 $a \neq 0$

D. $0 < a < \frac{9}{16}$

18. 如图是 5×5 的正方形网格，以点 D 、 E 的两个顶点作位置不同的格点三角形（顶点在网格横线与竖线的交点上的三角形称为格点三角形），使所作的格点三角形与 $\triangle ABC$ 全等，这样的格点三角形最多可以画几个（ ）



A. 2 个

B. 4 个

C. 6 个

D. 8 个

三、解答题（本大题共 6 题，每题 5 分，满分 30 分）

19. 计算： $\sqrt{12} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} - \sqrt{\frac{4}{3}}$.

20. 计算： $2\sqrt{\frac{2}{3m}} \div \frac{1}{6}\sqrt{6m} \cdot \sqrt{8m^3}$

21. 用配方法解方程： $3x^2 + 6x - 1 = 0$

22. 解方程： $x - \frac{x^2 - 1}{2} = -\frac{1}{2}$

23. 解方程： $(4x-1)^2 - 10(4x-1) - 24 = 0$

24. 已知 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+3}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}-3}$, 求代数式 $x^2 + 2xy + y^2$ 的值.

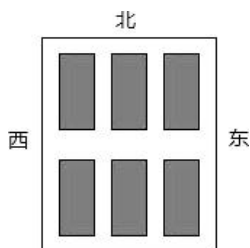
四、简答题（本大题共 4 题，满分 34 分）

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$.

(1) 试说明无论 k 取何值时，这个方程一定有实数根；

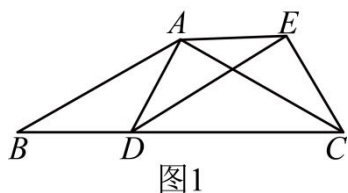
(2) 若等腰 ABC 的一边长 $a = 1$ ，另两边长 b 、 c 恰好是这个方程的两个根，求 ABC 的周长.

26. 如图是中北居民小区某一休闲场所的平面示意图. 图中阴影部分是草坪和健身器材安装区，空白部分是用做散步的道路. 东西方向的一条主干道较宽，其余道路的宽度相等，主干道的宽度是其余道路的宽度的 2 倍. 这块休闲场所南北长 $18m$ ，东西宽 $16m$. 已知这休闲场地中草坪和健身器材安装区的面积为 $168m^2$ ，请问主干道的宽度为多少米？

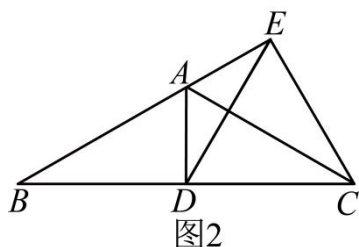


27. 如图 1, ABC 和 ADE 都是顶角为 120° 的等腰三角形, 其中 $\angle BAC = \angle DAE = 120^\circ$, 点 D 在 BC 上.

(1) 求证: $BD = EC$;



(2) 求证: 如图 2, 当点 E 在 BA 的延长线上, $\triangle EDC$ 为等边三角形.

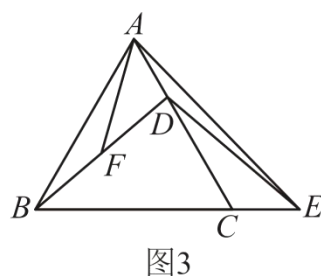
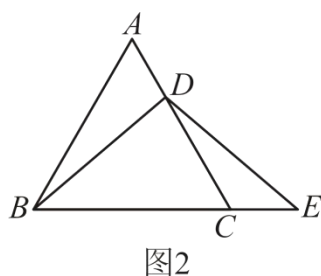
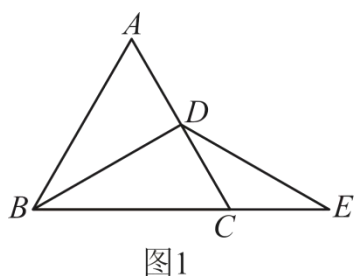


28. 已知等边三角形 ABC , 点 D 是边 AC 上任意一点, 延长 BC 至 E , 使 $CE = AD$.

(1) 如图 1, 点 D 是 AC 中点, 求证: $DB = DE$;

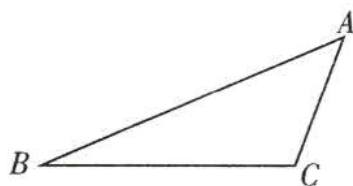
(2) 如图 2, 点 D 不是 AC 中点, 求证: $DB = DE$;

(3) 如图 3, 点 D 不是 AC 中点, 点 F 是 BD 的中点, 连接 AE , AF , 求证: $AE = 2AF$.



五、附加题: (本大题共 10 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分)

29. 如图, 已知 ABC .



- (1) 请你在 BC 边上分别取两点 D , E (BC 的中点 除外), 连接 AD 、 AE , 写出使此图中只存在两对面积相等的三角形的相应条件, 并表示出面积相等的三角形;
- (2) 请你根据使 (1) 成立的相应条件, 证明 $AB + AC > AD + AE$.