

张江集团学校一学期初二数学期中试卷

一、填空题

- 如果 $\sqrt{(-2a^2-1)(a-b)}$ 在实数范围内有意义, 则 a 、 b 的大小关系为_____.
- 不等式 $(2\sqrt{2}-3)x > 2$ 的解集是_____.
- 若关于 x 的方程 $2x^2 + 2kx + k + 4 = 0$ 有两个相等的实根, 则 k 的值为_____.
- 如果 $x = 1$ 是一元二次方程 $(m^2 - 5m + 6)x^2 + (2m + 1)x - 5 = 0$ 的一个根, 那么 m 的值为_____.
- 若关于 x 的方程 $(k+1)x^2 + 6 = x$ 有实数根, 则最大的整数 k 的取值为_____.
- 函数 $f(x) = \frac{x}{2x - \sqrt{3-x}}$ 的定义域为_____.
- 若 $f(x) = (n^2 + 2n)x^{n^2+n-1}$ 是反比例函数, 则 n 的值为_____.
- 若 $y = \frac{3-2m}{x}$ 图像的一支位于第三象限, 则 m 的取值范围是_____.
- 在正比例函数 $y = -3mx$ 中, 函数 y 的值随 x 值的增大而增大, 则 $P(m, 5)$ 在第___象限.
- 在函数 $y = \frac{x}{k} (k < 0)$ 的图像上有点 $A(1, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(-2, y_3)$ 三个点, 那么他们纵坐标的大小关系为_____.
- 已知直线 $y_1 = (m+2n)x$ 与双曲线 $y_2 = \frac{3n-m}{x}$ 交于点 $(\frac{1}{2}, 2)$, 则当 $x > \frac{1}{2}$ 时他们的纵坐标的大小关系为_____.
- 若 $y-2$ 与 $2x+3$ 成正比例, 且比例系数是 $\frac{2}{3}$, 则 y 与 x 的函数关系式为_____.
- 已知 $\sqrt{14}$ 的小数部分是 b , 那么 $b^4 + 12b^3 + 37b^2 + 6b - 20$ 的值为_____.
- 若 a 、 b 是两个不相等的素数, 且 $a^2 - 13a + m = 0, b^2 - 13b + m = 0$, 那么 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值为_____.
- 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个有理根, 已知 $2x_1 - x_2 + \sqrt{x_1 + 3x_2} = 1 + \sqrt{11}$, 那么 $p+q$ 的值为_____.
- 若方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 与方程 $x^2 - x - b = 0$ 至少有一个相等的实数根, 那么实数 b 的值为_____.

17. 关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根均为正整数, 且 $p + q = 2016$, 则这个方程的两根之和为 _____.

18. 在直角坐标系中, 已知点 $A(1, 2)$, $B(2, 5)$, $C(6, 1)$, 若反比例函数 $f(x) = \frac{k}{x} (k > 0)$ 在第一象限内的图像与三角形 ABC 有交点, 那么 k 的取值范围为 _____.

二、选择题

19. 圆面积公式 $S = \pi r^2$ 中, 下面叙述正确的是 ()

- A. π, r 是变量, S 是 πr 的函数
 B. π, r 是变量, S 是 r 的函数
 C. π 是常量, S 与 r^2 成正比例
 D. π 是常量, S 与 r 成正比例

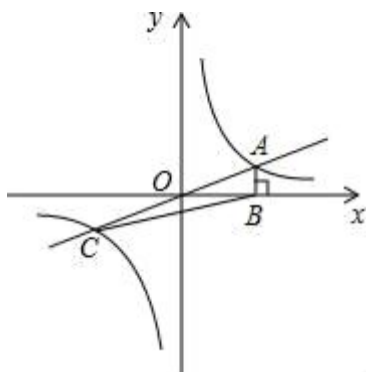
20. 以关于 x 的方程 $x^2 - px + q = 0 (p^2 > 4q)$ 的两根的相反数为根的一元二次方程为 ()

- A. $x^2 + px + q = 0$
 B. $x^2 - px + q = 0$
 C. $x^2 + px - q = 0$
 D. $x^2 - px - q = 0$

21. 下列选项中, 两个函数表示同一个函数的是 ()

- A. $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x+2}, g(x) = x+2$
 B. $f(x) = \sqrt{x}, g(t) = \sqrt{t}$
 C. $f(x) = x^2, g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-2}$
 D. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

22. 如图, 正比例函数 $y = kx (k > 0)$, 与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象相交于 A, C 两点, 过 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B , 连接 BC , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 则 ()



- A. $S = 1$
 B. $S = 2$
 C. $S = k$
 D. $S = k^2$

三、计算题

$$23. \sqrt{12} - \sqrt{5\frac{1}{3}} - \sqrt{0.27} + \sqrt{\frac{1}{3}}.$$

$$24. \text{ 计算: } \sqrt{18} - \frac{1}{2} \div 2^{-2} \div \frac{1}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2}-1).$$

$$25. \text{ 化简: } \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{a}}{a+\sqrt{ab}}.$$

$$26. \text{ 解方程: } 4x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0.$$

$$27. \text{ 解方程: } (x-1)^2 = 2(x-1) + 15.$$

$$28. \text{ 解方程: } x^2 - (a^2 + b^2)x + ab(a^2 - b^2) = 0.$$

四、解答题

$$29. \text{ 当 } 0 < x < 1 \text{ 时, 化简: } \left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1} \right) \left(\sqrt{\frac{1}{x^2}-1} - \frac{1}{x} \right).$$

$$30. \text{ 已知 } a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3, \text{ 试求下列代数式的值:}$$

$$(1) a^2 + a^{-2};$$

$$(2) \frac{a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}}.$$

$$31. \text{ 已知正比例函数 } f(x) = kx \text{ 与反比例函数 } g(x) = \frac{6}{x} \text{ 的图像交于点 } A(2, m).$$

(1) 试求 A 的坐标和正比例函数的解析式;

(2) 判定点 $B(-1, 6)$, $C(3, 2)$ 是否在反比例函数的图像上;

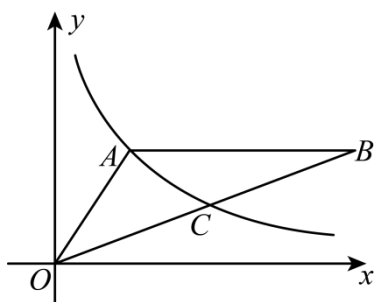
(3) 当 $-3 < x < -1$ 时, 求 $g(x)$ 的取值范围.

$$32. \text{ 已知关于 } x \text{ 的方程 } x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0.$$

(1) 若方程有实根, 试求 m 的取值范围;

(2) 若方程有两个实根分别为 x_1 、 x_2 , 且满足 $(x_1 - x_2)^2 = 16 - x_1x_2$, 试求 m 的值.

$$33. \text{ 如图, 双曲线 } y = \frac{k}{x} \text{ 经过点 } A(2, 3) \text{ 和点 } C, AB \parallel x \text{ 轴, 点 } C \text{ 是 } OB \text{ 的中点.}$$



(1) 试求 k 的值;

(2) 试求三角形 OAB 的面积.

34. 已知关于 x 的二次方程 $(ab-2b)x^2 + 2(b-a)x + 2a-ab = 0$ 有两个相等的实数根, 试求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.

35. 阅读材料, 回答问题:

如果对于任意一个三角形, 只要它的三边长 a, b, c (不妨设 $a \leq b \leq c$) 都在某个函数 $f(x)$ 的定义域内, 并且 $f(a), f(b), f(c)$ 也能构成一个三角形, 我们就称这样的函数 $f(x)$ 为“保三角形函数”.

(1) 试证明: 任意一个比例系数大于零的正比例函数都是“保三角函数”;

(2) 试判断: $f(x) = \frac{1}{x}$ 是否是“保三角函数”? 如果是, 请给出证明; 如果不是, 请举出反例;

(3) 试判断: $g(x) = \sqrt{x}$ 是否是“保三角函数”? 如果是, 请说明理由, 如果不是, 请举出反例.