

2025 学年度第一学期初二年级数学学科期中考试

一、单选题

1. 下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{0.12}$ B. $\sqrt{a^2+b^2}$ C. $\sqrt{a^4}$ D. $\sqrt{\frac{x}{3}}$

2. 下列说法正确的是（ ）

- A. 9 是 $\sqrt{81}$ 的算术平方根 B. $(-3)^2$ 的平方根是 3
C. 25 的平方根是 ± 5 D. $\sqrt[3]{-27} = 3$

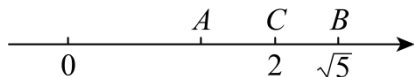
3. 下列方程是一元二次方程的是（ ）

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $x^2 + \frac{1}{x} = 0$ C. $x^2 + y = 3$ D. $2x - \frac{x+2}{3} = 1$

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx - a = 0$ (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$), 这个方程的根的情况是（ ）

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 不能判断

5. 数轴上点 C 、点 B 表示数如图所示, 且点 A 与点 B 关于点 C 成中心对称, 则点 A 表示的数是（ ）



- A. $\sqrt{2}$ B. $4 - \sqrt{5}$ C. $\sqrt{5} - 2$ D. $2\sqrt{5} - 2$

6. 规定: 若一个实数的算术平方根等于它的立方根, 则称这样的数为“最美实数”. 若 $\sqrt{2} + a$ 是“最美实数”, 则 a 的值是（ ）

- A. $\sqrt{2} - 1$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2} - 1$ D. $-\sqrt{2}$ 或 $1 - \sqrt{2}$

二、填空题

7. $\sqrt{\frac{x-2}{x-5}} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-5}}$ 成立的条件是_____.

8. 计算: $\sqrt{(\pi-4)^2} =$ _____.

9. 若最简二次根式 $^{2a-4}\sqrt{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式, 则 $a-3b =$ _____.

10. 已知 $mn < 0$, 化简: $\sqrt{-m^2n} =$ _____.

11. 若 $x = -1$ 是方程 $2x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根, 则该方程的另一个根是_____.

12. 方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

13. 不等式 $x - 3\sqrt{2} > \sqrt{2}x$ 的解集是_____.

14. 方程 $2x(x+1) = 3x+3$ 的解为_____.

15. 在实数范围内分解因式: $2x^2 - 2xy - 5y^2 =$ _____.

16. 学校“930”艺术节需用红纸花 3000 朵, 某班全体同学自愿承担这批红纸花的制作任务, 在实际制作时, 有 10 名同学因排练节目而没有参加, 这样参加劳动的同学平均每人制花的数量比原定全班同学平均每人要完成的数量多 15 朵, 设这个班级共有 x 名同学, 根据题意可得方程_____.

17. 下列命题: ①若 $x=1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根, 则 $x=1$ 也是方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的根;

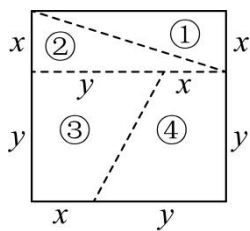
②若 $b > a + c$, 则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 一定有两个不相等的实数根; ③若一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则一元二次方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的两根为 $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$; ④一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 若 $abc > 0$. 则 $x_1 < 0, x_2 < 0$.

其中正确的是_____ (填序号).

18. 如图, 将正方形沿图中虚线 (其中 $x < y$) 剪成①②③④四块图形, 用这四块图形恰能拼成一个矩形 (非正方形), 则 $\frac{x}{y}$ 的值为_____.



三、计算题

19. 计算: $\left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48}\right) \div 2\sqrt{3}$

20. 计算: $\frac{3}{5}\sqrt{ab^2} \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{a^3b}\right) \div \frac{4}{15}\sqrt{\frac{b^2}{a}}$.

21. 计算: $\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

22. 化简: $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}-b}+1\div\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{a+\sqrt{a}}$

23. 解方程: $(x-3)(2x-5)=10$.

24. 解方程: $2x^2-8x+3=0$ (配方法)

四:简答题

25. 请阅读下列材料:

问题: 已知 $x=\sqrt{5}+2$, 求代数式 x^2-4x-7 的值. 小敏的做法是: 根据 $x=\sqrt{5}+2$ 得 $(x-2)^2=5$,

$\therefore x^2-4x+4=5$, 得 $x^2-4x=1$. 把 x^2-4x 作为整体代入得 $x^2-4x-7=1-7=-6$. 即: 把已知条件适当变形, 再整体代入解决问题. 请你用上述方法解决下面问题:

(1) 已知 $x=\sqrt{5}-2$, 求代数式 $x^2+4x-10$ 的值;

(2) 已知 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 求代数式 x^3+x^2+1 的值.

26. 上海市公安交警部门提醒市民, 骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定. 某头盔经销商统计了某品牌头盔 9 月份到 11 月份的销量, 该品牌头盔 9 月份销售 500 个, 11 月份销售 720 个, 9 月份到 11 月份销售量的月增长率相同.

(1) 求该品牌头盔销售量的月增长率;

(2) 若此种头盔的进价为 40 元/个, 商家经过调查统计, 当售价为 50 元/个时, 月销售量为 500 个, 若在此基础上售价每上涨 2 元/个, 则月销售量将减少 10 个, 为使月销售利润达到 9000 元, 且尽可能让顾客得到实惠, 则该品牌头盔每个售价应定为多少钱?

27. 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有两个实数根为 α 、 β , 那么 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$, 这就是一元二次方程的根与系数的关系. 利用该结论, 不解方程便可以求二次方程的两根之和与积, 例如

$2x^2+x-3=0$ 的两个根分别为 α 、 β . 则 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}=-\frac{3}{2}$.

(1) 小聪同学喜爱思考, 他发现利用根与系数的关系不仅可以求解两根之和与两根之积, 还可求解方程两根的倒数和. 不解方程, 请求一元二次方程 $2x^2+x-3=0$ 的两个根的倒数和.

(2) 小明同学酷爱数学, 他进一步研究根与系数的关系, 发现了一种解一元二次方程的新方法. 例如方程 $2x^2-3x-7=0$, $\therefore a=2$ 、 $b=-3$ 、 $c=-7$, $\therefore x_1+x_2=\frac{3}{2}$, $x_1x_2=-\frac{7}{2}$.

设 $x_1=\frac{3}{4}+k$, $x_2=\frac{3}{4}-k$, 则 $x_1x_2=\left(\frac{3}{4}+k\right)\left(\frac{3}{4}-k\right)=\frac{7}{2}$, 即 $\frac{9}{16}-k^2=-\frac{7}{2}$, 解得 $k=\pm\frac{\sqrt{65}}{4}$, 所以原

方程的解为 $x_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{65}}{4}$ 、 $x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{65}}{4}$ 。请利用小明的方法解方程 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 。

(3) 小睿同学善于发现，他对三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 的根与系数关系作了探究，将该方程两边同时除以 a 可得 $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$ 。若该方程的三个根分别为 α 、 β 、 γ ，则

$(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$ ，将其展开后为 $x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0$ ，于是

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \frac{c}{a}$ 、 $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$ 。若三次方程 $x^3 - x^2 - 3x - 10 = 0$ 的三个根分别为 α 、

β 、 γ ，且 $\mu = -\alpha + \beta + \gamma$ 。请先说明 $\mu + 2\alpha = 1$ 、再直接（不必书写过程）写一个三次方程且使得该三

次方程的三个根分别为 $-\alpha + \beta + \gamma$ 、 $\alpha - \beta + \gamma$ 、 $\alpha + \beta - \gamma$ 。