

上海市延安初级中学 2024 学年第一学期初二年级数学学科期中阶段性 测试试卷

(测试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列二次根式是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{30a}$

B. $\sqrt{0.125}$

C. $\sqrt{x^4 - x^2}$

D. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

2. 下列关于 x 方程中, 一定是一元二次方程的是 ()

A. $x^2 = \frac{1}{x^2}$

B. $ax^2 + bx + c = 0$

C. $x^2 = (x-1)(x+2)$

D. $x^2 = 0$

3. 下列函数中, 在定义域内 y 随 x 的增大而增大的函数是 ()

A. $y = -2x$;

B. $y = 2x$;

C. $y = \frac{2}{x}$

D. $y = -\frac{2}{x}$

4. 下列关于 x 的二次三项式中, 一定能在实数范围内因式分解的是 ()

A. $2x^2 + 1$

B. $x^2 + x + 2$

C. $3x^2 + kx - 1$

D. $x^2 - x + k$

5. 下列说法错误的是 ()

A. 变量 $x+2$ 是变量 x 的函数;

B. 变量 x 是变量 $x+2$ 的函数;

C. 当速度一定时, 路程与时间成正比例;

D. 当三角形的一边长一定时, 它的面积与这边上的高成反比例.

6. 下列说法正确的是 ()

A. 把 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 中根号外的 a 移入根号内, 得 $a\sqrt{-\frac{1}{a}} = \sqrt{a^2 \cdot \left(-\frac{1}{a}\right)} = \sqrt{-a}$;

B. 二次三项式 $x^4 - 2x^2 - 8$ 因式分解的结果为 $(x^2 + 4)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$;

C. 如果点 A 在直线 $y = kx (k \neq 0)$ 上, 将点 A 绕点 O 旋转 90° , 点 A 的对应点为点 B , 那么点 B 一定在直线 $y = -kx (k \neq 0)$ 上;

D. 如果点 A 在双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 上, 将点 A 绕点 O 旋转 90° , 点 A 的对应点为点 B, 那么点 B 一定在双曲线 $y = -\frac{m}{x} (m \neq 0)$ 上.

二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$ 的定义域为 ____.

8. 化简: $\sqrt{12x^2y} (x < 0) =$ ____.

9. 已知 $f(x) = -\frac{3}{x}$, 那么 $f(\sqrt{3}) =$ ____.

10. 方程 $\sqrt{2}x^2 + x = 0$ 的解为 ____.

11. 如果函数 $y = 2kx + x$ 经过第二、四象限, 那么 k 的取值范围是 ____.

12. 在实数范围内因式分解: $3x^2 - 5xy + y^2 =$ ____.

13. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 6x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 a 的取值范围是 ____.

14. 某工厂七月份的产值是 100 万元, 计划第三季度总产值要达到 314 万元, 如果每个月产值的增长率相同, 设这个增长率为 x , 那么可以列方程为: ____.

15. 不等式 $x < \sqrt{2}x + \sqrt{2}$ 的解集为 ____.

16. 如果点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 分别在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 、 $y = \frac{k_2}{x}$ 的第二象限的图像上, ($k_1 k_2 \neq 0$), A 在 B 的下方, 那么 k_1 ____ k_2 (填 “>” 或 “<”).

17. 如果关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (ac \neq 0)$ 的两个根为 $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, 那么关于 y 的方程 $cy^2 + by - a = 0 (ac \neq 0)$ 的两个根为 ____.

18. 我们规定: 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 与直线 $y = 2x$ 交于第一象限内的点 A, 点 P 在射线 OA 上, 分别过点 P 作 x 轴、 y 轴的垂线, 交双曲线 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 于点 B、C, 将线段 PB、PC 和函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 的图像在 B、C 之间的部分围成的区域 (不含边界) 记为区域 W. 如果区域 W 内恰有 5 个整点, 那么点 P 的横坐标 x 的取值范围是 ____.

三、计算题 (每题 4 分, 共 8 分)

19. 计算: $3\sqrt{\frac{1}{3a}} - \left(\sqrt{\frac{a}{8}} - \sqrt{75a} \right)$

20. 计算: $\frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} + 2 \div \frac{\sqrt{2}}{7}$

四、解方程 (每题 4 分, 共 12 分)

21. 解方程: $(x+1)^2 = 9(3x-2)^2$

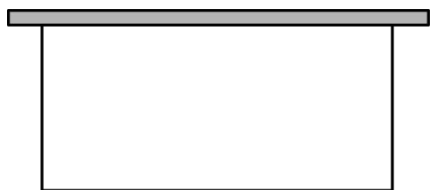
22. 解方程: $\frac{x(x-\sqrt{3})}{2} = -\frac{3}{8}$

23. 解方程: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ (配方法)

五、解答题 (8 分+8 分+7 分+9 分, 共 32 分)

24. 已知 $y = y_1 + y_2$, 其中 y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 $x-1$ 成反比例. 当 $x = 2$ 时, $y = 2$; 当 $x = -1$ 时, $y = 2$, 求 y 关于 x 的函数解析式.

25. 某建筑工程队, 在工地一边的靠墙处, 墙长 40 米, 用 120 米长的铁栅栏围一个所占地形状为长方形的临时仓库, 铁栅栏只围三边, 如果长方形的面积为 1152 平方米, 那么长方形的两条邻边长是多少米?

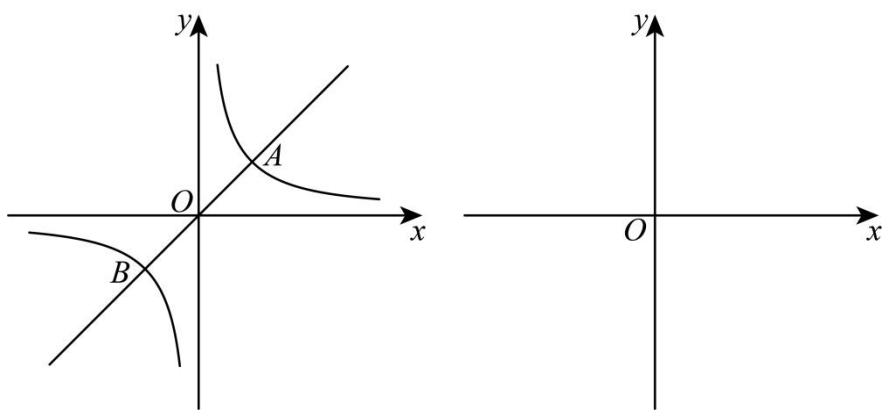


26. 用函数观点看不等式, 如何解不等式 $x < \frac{2}{x}$?

分析: 我们可以把不等号的左边看作正比例函数 $y = x$, 右边看作反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 那么这个不等式的解集就是直线 $y = x$ 在直线 $y = \frac{2}{x}$ 下方的所有点的横坐标的取值范围.

解: 当 $\begin{cases} y = x \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$ 时, 解得 $\begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ y_1 = \sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -\sqrt{2} \\ y_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$, 可知函数 $y = x$ 与函数 $y = \frac{2}{x}$ 的公共点的坐标为 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 和 $B(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

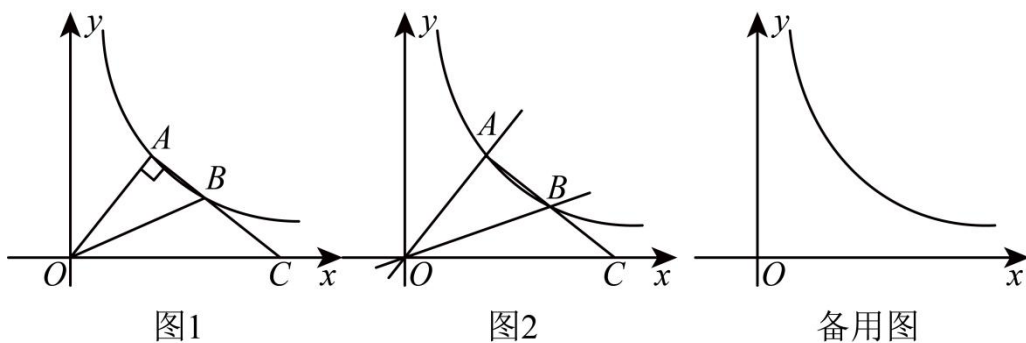
如图, 直线 $y = x$ 在 $y = \frac{2}{x}$ 下方的所有点, 就是直线 $y = x$ 在点 B 的下方和直线 $y = x$ 在点 O 和点 A 之间的部分, 横坐标的取值范围是 $x < -\sqrt{2}$ 或 $0 < x < \sqrt{2}$, 所以不等式 $x < \frac{2}{x}$ 的解集为 $x < -\sqrt{2}$ 或 $0 < x < \sqrt{2}$.



(1) 模仿上述方法, 解不等式: $-2x \leq -\frac{1}{x}$;

(2) 填空: 如果关于 x 的不等式 $ax > \frac{a-1}{x}$ 的解集为 $x > 0$, 那么 a 的取值范围是_____.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 第一象限内的图象上.



(1) 已知点 B 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 第一象限内的图象上, 且点 B 在点 A 的下方, 延长 AB 与 x 轴交于点 C .

①如图 1, 如果 $m = 2$, $\angle OAB = 90^\circ$, 且 OB 平分 $\angle AOC$, 求 $\triangle OAB$ 的面积;

②如图 2, 如果点 B 是线段 AC 的中点, 直线 OA 的表达式为 $y = k_1x$, 直线 OB 的表达式为 $y = k_2x$, 求 $\frac{k_1}{k_2}$

的值;

(2) 已知点 D 在射线 OA 上 (点 D 不与点 A 重合), 过点 D 作 x 轴的垂线, 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 E , 连接 AE , 请问是否存在点 E , 使得 $AD = AE$? 如果存在, 求点 A 的坐标 (用 m 表示); 如果不存在, 请说明理由.