

2024 学年第一学期期中八年级数学试卷

(考试时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{x}}$

B. $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{4xy}$

D. $\sqrt{a^2 - 2ab - b^2}$

2. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{6}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{18}$

C. $\sqrt{24}$

D. $\sqrt[3]{6}$

3. 下列关于 x 的方程中, 一定是一元二次方程的是 ()

A. $(x-3)(x+4) = 2x^2 - x$

B. $x^2 - \frac{2}{x} - 3 = 0$

C. $ax^2 + bx + c = 0$

D. $3x^2 + \sqrt{2x} - 4 = 0$

4. 用配方法解方程 $x^2 + 6x + 12 = 0$ 时, 配方后所得的方程是 ()

A. $(x+3)^2 = 3$

B. $(x-3)^2 = 3$

C. $(x+3)^2 = -3$

D. $(x-3)^2 = -3$

5. 下列命题中, 真命题的个数是 ()

(1) 等角的补角相等; (2) 两边及其中一边的对角对应相等的三角形是全等三角形; (3) 一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等; (4) 两条直线被第三条直线所截, 同旁内角互补; (5) 等腰三角形, 两腰上的高相等.

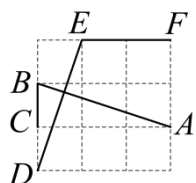
A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

6. 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 则 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的关系为 ()



A. $\angle ABC = \angle DEF$

B. $\angle DEF = 2\angle ABC$

C. $\angle ABC + 90^\circ = \angle DEF$

D. $\angle ABC + \angle DEF = 180^\circ$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 共 36 分)

7. 写出 $\sqrt{a-2b}$ 的一个有理化因式_____

8. 方程 $3x^2 = x$ 的根是_____.

9. 等式 $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ 成立的条件是_____

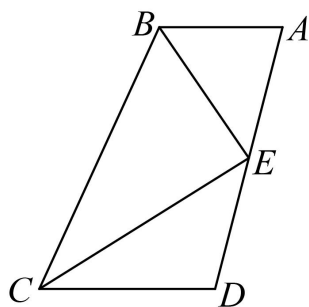
10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是_____.

11. 已知 $x^2 + 4x - 2 = 0$, 那么 $\frac{3}{2}x^2 + 6x - 8 =$ _____.

12. 若 x, y 为实数, 且 $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + 4) = 21$, 则 $x^2 + y^2 =$ _____.

13. 二次三项式 $x^2 + ax + 12$ 是一个完全平方式, 那么 a 的值是_____.

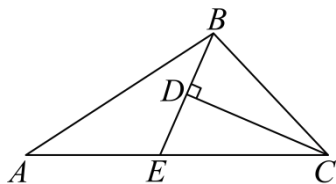
14. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, BE 平分 $\angle ABC$, 点 E 为 AD 中点, 如果 $AB = 3$, $BC = 7$, 那么 $CD =$ _____.



15. 请将“等角的补角相等”请改写成“如果, 那么”的形式_____.

16. 若 $b = 3a + \frac{1}{3}c$, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 必有一个实数根是_____.

17. 如图, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, CD 平分 $\angle ACB$, $BE \perp CD$, 垂足为 D , 交 AC 于点 E , $\angle A = \angle ABE$. 若 $AC = 7$, $BC = 4$, 则 BD 长为_____.



18. 阅读材料: 一般地, 我们把被开方数中含有二次根式的二次根式称为复合二次根式, 例如:

$\sqrt{\sqrt{3}}, \sqrt{6-\sqrt{3}}, \sqrt{6+2\sqrt{5}}$ 等都是复合二次根式. 其中有一些特殊的复合二次根式可以进行化简, 例如:

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{1+2\sqrt{5}+5} = \sqrt{1^2+2 \times 1 \times \sqrt{5}+(\sqrt{5})^2} = \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} = 1+\sqrt{5}.$$

请利用上述运算法则化简: $\sqrt{7-\sqrt{21+4\sqrt{5}}} =$ _____.

三、计算题 (本大题共 6 大题, 共 24 分)

19. 计算: $\frac{2}{\sqrt{2}+1} + (\sqrt{3}-\sqrt{6})\sqrt{3} + \sqrt{8}$.

20. 计算: $2\sqrt{12a} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{3a}{4}} + a\sqrt{\frac{3}{a}}$.

21. 解方程:

(1) $2(x-1)^2 - \frac{3}{2} = 0$;

(2) $x^2 + 2x - 5 = 0$;

(3) $5x(x-2) = 3(x-2)$;

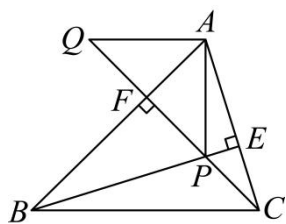
(4) $(x+8)(x+1) = -8$.

四、解答题 (本大题共 5 大题, 共 42 分)

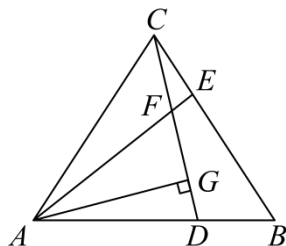
22. 已知实数 a 、 b 使等式 $(\sqrt{2a}-1)^2 + |b-2| = 0$ 成立, 请化简代数式 $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{b}}{\sqrt{ab}-b} + 1 \div \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{a+\sqrt{a}}$, 并求代数式的值.

23. 若 m 非负整数, 且关于 x 的方程 $(1-m)x^2 + 2(2-m)x - (1+m) = 0$ 有两个实数根, 求 m 的值和这时方程的根.

24. 已知: $\triangle ABC$ 中, BE , CF 是 $\triangle ABC$ 的高, BE , CF 相交于点 P , 延长 CF 至点 Q , 使 $AB = CQ$, 连接 AP 、 AQ , 如果 $BP = AC$, 求证: $AP \perp AQ$.



25. 如图, 等边三角形 ABC 中, D 、 E 分别为 AB 、 BC 边上的两动点, AE 与 CD 交于点 F , $AG \perp CD$ 于点 G , 若 $AD = BE$, 求 $\angle FAG$ 的大小.



26. 将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图 1 方式叠放在一起, 其中 $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $\angle E = \angle B = 45^\circ$.

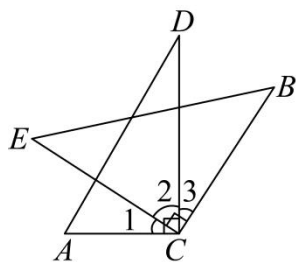


图1

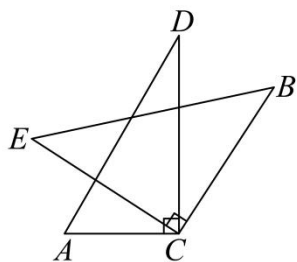


图2

- (1) 填空: $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的数量关系_____; 理由是_____;
- (2) 直接写出 $\angle 2$ 与 $\angle ACB$ 的数量关系_____;
- (3) 如图 2, 当点 E 在直线 AC 的上方时, 将三角尺 ACD 固定不动, 改变三角尺 BCE 的位置, 但始终保持两个三角尺的顶点 C 重合; 探究一下问题:
 - ①当 $BE \parallel AD$ 时, 画出图形, 并求出 $\angle ACE$ 的度数;
 - ②这两块三角尺是否仍存在一组边互相平行? 请直接写出此时 $\angle ACE$ 角度所有可能的值并画出对应的图形.