

市北初级中学教育集团 2025-2026 学年八年级上学期期中考试数学试卷

一. 选择题 (共 6 小题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 把方程 $2x(x-1)=3x$ 化成一元二次方程的一般形式, 则二次项系数、一次项系数、常数项分别是 ()
A. 2, 1, 0 B. 2, -5, 0 C. 2, -3, -1 D. 2, 5, 0
2. 已知 a 的平方根是 ± 8 , 则 a 的立方根是 ()
A. 2 B. 4 C. ± 2 D. ± 4
3. 下列方程中, 关于 x 的一元二次方程是 ()
A. $x^2 + 2x = x^2 - 1$ B. $ax^2 + bx + c = 0$
C. $3(x+1)^2 = 2(x+1)$ D. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 2 = 0$
4. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 能够合并, 那么 a 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 下列说法正确的是 ()
A. 任何数都有平方根 B. ± 2 是 $\sqrt{64}$ 的立方根
C. $\sqrt{a^2} = a$ D. 算术平方根是非负数
6. 定义: 如果一元二次方程 $ax^2 + bx - c = 0$ ($a \neq 0$) 满足 $a - b - c = 0$, 那么我们称这个方程为“凤凰”方程. 已知 $ax^2 + bx - c = 0$ ($a \neq 0$) 是“凤凰”方程, 且有两个相等的实数根, 则下列结论正确的是 ()
A. $a = c$ B. $a = b$ C. $a + c = 0$ D. $a = b = c$

二. 填空题 (共 12 小题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 比较大小: $\sqrt{7}$ _____ 3. (选填 “>” “<” 或 “=”)
8. 方程 $(x+2)(x-5)=0$ 的根是 _____ .
9. 要使式子 $\frac{\sqrt{m+1}}{2}$ 有意义, 则 m 的取值范围是 _____.
10. 计算: $\sqrt{36} - \sqrt[3]{27} =$ _____ .
11. 清代袁枚的一首诗苔中的诗句“白日不到处, 青春恰自来. 苔花如米小, 也学牡丹开”若苔花的花粉直径约为米 0.0000084, 则数据 0.0000084 用科学记数法表示为 _____.

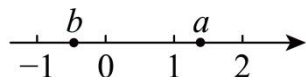
12. 已知 $\sqrt[3]{5.23} \approx 1.735$ ，且 $\sqrt[3]{x} \approx 17.35$ ，则 $x \approx$ _____.

13. 关于 x 的方程 $(x-2)^2 + 3 = k$ 有实数根，那么 k 的取值范围是_____.

14. 已知方程 $x^2 - 6x + m^2 - 2m + 5 = 0$ 的一个根为 2，则 $m =$ _____.

15. 解不等式： $x - \sqrt{3} < \sqrt{2}x$ 的解集是_____.

16. 已知实数 a, b 在数轴上的对应点位置如图，则化简 $|a+b| - \sqrt{(a-2)^2}$ 的结果是_____.



17. 小明做数学题时，发现 $\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ； $\sqrt{2 - \frac{2}{5}} = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$ ； $\sqrt{3 - \frac{3}{10}} = 3\sqrt{\frac{3}{10}}$ ； $\sqrt{4 - \frac{4}{17}} = 4\sqrt{\frac{4}{17}}$ ；...； 按此

规律，若 $\sqrt{a - \frac{8}{b}} = a\sqrt{\frac{8}{b}}$ (a, b 为正整数)，则 $a+b =$ _____.

18. 赵爽在其所著的《勾股圆方图注》中记载了一元二次方程的几何解法，以 $x^2 + 2x - 35 = 0 (x > 0)$ 为例，构造方法如下：

第一步：将原方程 $x^2 + 2x - 35 = 0 (x > 0)$ 变形为 $x(x+2) = 35 (x > 0)$ ；

第二步：画四个长为 $x+2$ ，宽为 x 的矩形，按如图 1 所示的方式拼成一个“空心”正方形，则图 1 中大正方形的面积可表示为 $(x+x+2)^2$ ，还可表示为四个矩形与一个边长为 2 的小正方形面积之和，即

$$4x(x+2) + 2^2 = 4 \times 35 + 4;$$

第三步：得新方程 $(x+x+2)^2 = 144$ ；因为 x 表示边长，所以 $2x+2 = 12$ ，即 $x = 5$ 。一般地，对于形如

$x^2 + ax = b$ 的一元二次方程可以构造图 2 来解。已知图 2 是由四个面积为 4 的相同矩形构成，中间围成的正方形面积为 2，那么此方程的正根为 _____.

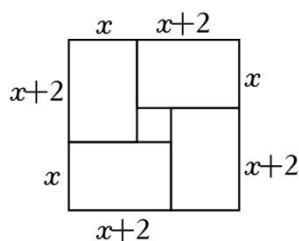
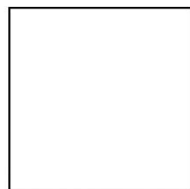


图 (1)



画图区

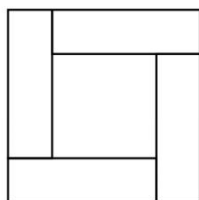


图 (2)

三. 解答题 (共 7 题，第 19-22 题，每小题 4 分；第 23 题 6 分；第 24、25 题，每题 10 分；满分 58 分)

19. 计算: $\sqrt{18} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

20. 化简:

(1) $\sqrt{0.2m} + \frac{1}{m}\sqrt{5m^3} - m\sqrt{\frac{125}{m}}$;

(2) $\frac{1}{3}\sqrt{x^4y} \cdot \left(-4\sqrt{\frac{y^2}{x}}\right) \div \frac{3}{4}\sqrt{xy^2}$.

21. 解方程:

(1) $16(x+1)^2 = 81$;

(2) $(x-3)^2 + 2(x-3) - 24 = 0$;

(3) $2x^2 + 2\sqrt{7}x + 1 = 0$;

(4) $3x^2 - 6x + 2 = 0$ (用配方法).

22. 已知 $\sqrt[3]{x} = 1$, 且 $\sqrt{y-2x} + (z-7)^2 = 0$, 求 $x + y^3 + z$ 的平方根.

23. 如图 1, 由 5 个边长为 1 的小正方形组成的长方形, 通过剪拼可以拼成一个正方形 $ABCD$.

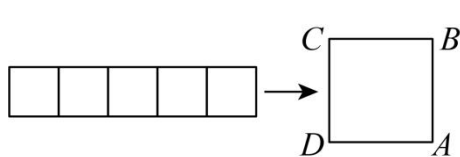


图 1

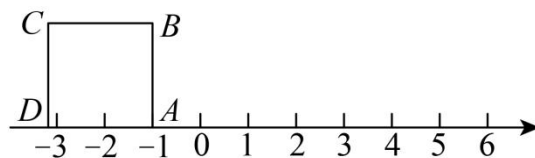


图 2

(1) 求正方形 $ABCD$ 的边长, 并求出 AB 的长在哪两个连续整数之间;

(2) 如图 2, 纸片上有数轴, 把图 1 中的正方形 $ABCD$ 放到数轴上, 使得点 A 与 -1 重合, 求点 D 在数轴上表示的数;

(3) 在 (2) 的基础上以数 1 对应的点为折点, 将数轴向右对折, 则点 D 与数_____对应的点重合.

24. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 - 2mx + m - 10 = 0$.

(1) 若该一元二次方程有两个不相等的实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{m-n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} + \frac{m-4\sqrt{mn}+4n}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}}$, 其中 m 为 (1) 中取值范围内的最小整数解, n 是原

方程的正根.

25. 我们已经学习了利用配方法解一元二次方程, 其实配方法还有其他重要应用. 例如: 已知 x 可取任何实

数，试求二次三项式 $x^2 - 4x + 5$ 的最小值.

解: $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1$;

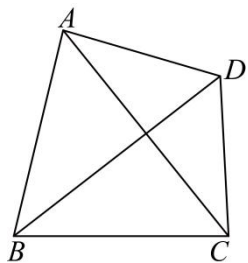
$\therefore$ 无论 x 取何实数，都有 $(x - 2)^2 \geq 0$,

$\therefore (x - 2)^2 + 1 \geq 1$ ，即 $x^2 - 4x + 5$ 的最小值为 1.

【尝试应用】(1) 请直接写出 $2x^2 - 8x + 10$ 的最小值_____;

【拓展应用】(2) 试说明：无论 x 取何实数，二次根式 $\sqrt{x^2 + x + 2}$ 都有意义;

【创新应用】(3) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AC \perp BD$ ，若 $AC + BD = 10$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积最大值.



【挑战应用】(4) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AC \perp BD$ ， $AC + BD = 10$ ，点 M 和点 N 分别是 BD 和 AC 的中点， BA 和 CD 的延长线交于点 P ，则 $\triangle PMN$ 面积的最大值等于_____.

