

市北初北校 2025 学年第一学期八年级数学阶段练习 5

(满分 100 分, 完卷时间 60 分钟) 2025 年 10 月

一、选择题: (每题 2 分, 共 12 分)

1. 以下关于平方根与立方根说法正确的是 ()

- A. 任何实数都有 1 个立方根
- B. 一个实数的算术平方根只有 1 个, 平方根有 2 个
- C. 只有正数有算术平方根
- D. 正数的平方根大于其立方根

2. 下列二次根式中是最简二次根式的是 ()

- A. $\frac{\sqrt{x^3}}{3}$
- B. $\sqrt{\frac{x}{3}}$
- C. $\sqrt{24}$
- D. $\sqrt{6x}$

3. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $x + \frac{1}{x} = 1$
- B. $x(x+1) = x^2 - 1$
- C. $\sqrt{x^2 + x} = 1$
- D. $\sqrt{5}x^2 - x = 5x^2 - \sqrt{5}$

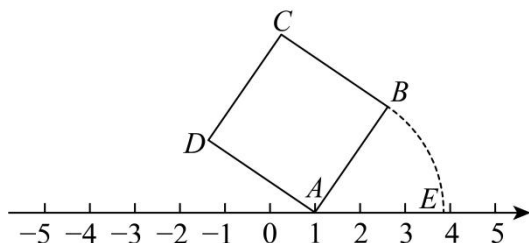
4. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式 ()

- A. $\sqrt{12}$
- B. $\sqrt{\frac{3}{25}}$
- C. $\sqrt{0.3}$
- D. $\sqrt{\frac{1}{27}}$

5. 氧原子的直径是 0.000000000148 米, 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.48×10^{-8} 米
- B. 1.48×10^{-9} 米
- C. 1.48×10^{-10} 米
- D. 1.48×10^{-11} 米

6. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 7, 顶点 A 在数轴上表示的数为 1, 若点 E 在数轴上 (点 E 在点 A 的右侧), 且 $AB = AE$, 则点 E 所表示的数为 ()



- A. $\sqrt{7}$
- B. $\sqrt{7} + 1$
- C. $\sqrt{7} - 1$
- D. $1 - \sqrt{7}$

二、填空题: (每题 2 分, 共 24 分)

7. 实数 $\sqrt{9}$ 的平方根是_____.

8. 化简: $\sqrt{18a^2b^3} (a < 0) =$ _____.

9. 比较大小: $\frac{\sqrt{6}-1}{3}$ _____ $\frac{1}{3}$ (选填“>”, “<”或“=”)

10. 计算: $\sqrt{24} \div \sqrt{3} =$ _____.

11. 计算 $(1+\sqrt{2})^{2025} (1-\sqrt{2})^{2026} =$ _____.

12. 若 $\sqrt{20}$ 与最简二次根式 $\frac{1}{3}\sqrt{3-m}$ 是同类二次根式, 则 m 的值为 _____.

13. 若 $\sqrt{63n}$ 是整数, 则正整数 n 的最小值是 _____.

14. 已知: x, y 满足关系 $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} + 3$, 则 y^x 的立方根是 _____.

15. 已知 $\sqrt[3]{7.89} \approx 1.991$, $\sqrt[3]{78.9} \approx 4.289$, 则 $\sqrt[3]{0.0789} \approx$ _____.

16. 若 $(a-3)x^{|a-1|} - 4 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 a 的值为 _____.

17. 将二次三项式 $x^2 - 2x - 2$ 写成 $(x-1)^2 + m$ 的形式则 $m =$ _____.

18. 对于实数 a, b , 定义 $\min[a, b]$ 的含义为: 当 $a < b$ 时, $\min[a, b] = a$, 当 $a > b$ 时, $\min[a, b] = b$,

例如: $\min[1, -2] = -2$, 已知 $\min[\sqrt{15}, x] = x$, $\min[\sqrt{15}, y] = \sqrt{15}$, 且 x 和 y 为两个连续正整数, 则 $x - y$ 的值为 _____.

三、简答题: (19、20 每小题 10 分, 21-23 题 6 分, 共 38 分)

19. 计算:

(1) $\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{6}\sqrt{12}$;

(2) $\frac{1}{3}\sqrt{x^4y} \left(-4\sqrt{\frac{y^2}{x}} \right) \div \frac{3}{4}\sqrt{xy^2}$.

20. 解下列方程:

(1) $2x^2 + 3x - 1 = 0$; (配方法)

(2) $(x-10)(x-3) = 8$.

21. 已知一个正数的两个不同的平方根分别是 $2x-14$ 和 $x+2$, $y+1$ 的立方根为 -3 , m 是 $\sqrt{17}$ 的整数部分,

(1) 求 x 和 y 的值;

(2) 求 $x - y + m$ 的平方根.

22. 已知 $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$, 求下列代数式的值

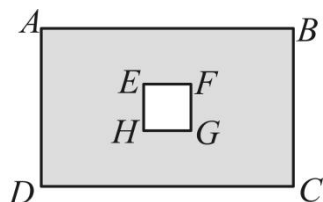
(1) $x^2y + xy^2$

(2) $x^2 - xy + y^2$

23. 已知 x, y 是有理数, 并且 x, y 满足等式 $2x^2 + 2y + \sqrt{2}y = 42 - 4\sqrt{2}$, 求 $x + y$ 的值.

四、解答题: (24、25 题 8 分, 26 题 10 分, 共 26 分)

24. 如图, 在某地的清明上河园景区, 有一个用于表演豫剧的矩形舞台 $ABCD$, 其面积为 $\sqrt{6400}$ 平方米, 长为 $\sqrt{128}$ 米.



(1) 求这个舞台的宽 (结果化为最简二次根式);

(2) 为了增加舞台效果, 准备在舞台的中央建造一个边长为 $\sqrt{8}$ 米的正方形升降台 $EFGH$, 舞台的剩余部分 (图中阴影部分) 铺设地板, 已知地板的价格为每平方米 200 元, 求铺设地板需花费的总费用.

25. 课堂上老师讲解了比较 $\sqrt{11} - \sqrt{10}$ 和 $\sqrt{15} - \sqrt{14}$ 的方法, 观察发现 $11 - 10 = 15 - 14 = 1$, 于是比较这两个数的倒数:

$$\frac{1}{\sqrt{11} - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{11} + \sqrt{10}}{(\sqrt{11} - \sqrt{10})(\sqrt{11} + \sqrt{10})} = \sqrt{11} + \sqrt{10},$$

$$\frac{1}{\sqrt{15} - \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{14}}{(\sqrt{15} - \sqrt{14})(\sqrt{15} + \sqrt{14})} = \sqrt{15} + \sqrt{14},$$

因为 $\sqrt{15} + \sqrt{14} > \sqrt{11} + \sqrt{10}$, 所以 $\frac{1}{\sqrt{15} - \sqrt{14}} > \frac{1}{\sqrt{11} - \sqrt{10}}$, 则有 $\sqrt{15} - \sqrt{14} < \sqrt{11} - \sqrt{10}$.

请你设计一种方法比较 $\sqrt{8} + \sqrt{3}$ 与 $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ 的大小.

26. 【阅读理解】公元前 5 世纪, 毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$, 导致了第一次数学危机.

定义: 可以表示为两个互质整数的商的形式的数称为有理数, 整数可以看做分母为 1 的有理数; 反之是无

理数. 如 $\sqrt{2}$ 不能表示为两个互质的整数的商, 所以 $\sqrt{2}$ 是无理数. 可以这样证明:

设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, a 与 b 是互质的两个整数, 且 $b \neq 0$,

则 $2 = \frac{a^2}{b^2}$, 即 $a^2 = \underline{\text{①}}$.

因为 b 是整数且不为0,

所以 a 是不为0的偶数.

设 $a = 2n$ (n 是整数, 且 $n \neq 0$), 则 $a^2 = 4n^2$.

所以 $b^2 = \underline{\text{②}}$.

所以 b 也是偶数, 与 a, b 是互质的整数矛盾.

所以 $\sqrt{2}$ 是无理数.

【解决问题】

(1) 写出①, ②表示的代数式, 使证明过程完整;

(2) 证明: $\sqrt[3]{6}$ 是无理数.