

市北初级中学北校 2025-2026 学年八年级上学期

数学期中模考练习试卷

一、单选题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 在实数 3.14 , $1.\dot{2}\dot{3}$, $\sqrt{8}$, $1.1010010001\ldots$ (每两个 1 之间依次增加一个 0), $\frac{\pi}{2}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中, 无理数有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 1 的平方根与立方根相同 B. 实数与数轴上的点一一对应
C. 两个无理数的和还是无理数 D. 对于实数 a , 若 $\sqrt{a^2} = a$, 则 $a > 0$

3. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}a}$ B. $\sqrt{a^3}$ C. $\sqrt{35a}$ D. $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$

4. 一元二次方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 只有一个实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 没有实数根

5. 若 $\sqrt{x^3 + 4x^2} = -x\sqrt{x+4}$, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \leq 0$ B. $x \geq -4$ C. $-4 \leq x \leq 0$ D. $-4 \leq x < 0$

6. 若 $a + |a| = 0$, 则 $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 的值是 ()

- A. 2 B. $-2a$ C. 2 或 $-2a$ D. $2a$

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. $\sqrt{64}$ 的平方根是_____

8. 已知 $a < 0$, 那么 $\sqrt{9a^2}$ 可化简为_____.

9. 比较大小: $-\sqrt{15}$ _____ -4. (填 “>”、“=” 或 “<”)

10. 已知数轴上的点 A 、点 B 所对应的实数分别是 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$, 那么 $AB =$ _____.

11. 用科学记数法表示: $0.00026000001 =$ _____.

12. 若 $6.24 \approx 2.498^2$, $62.4 \approx 7.899^2$, 则 $\sqrt{0.624} \approx$ _____.

13. 一元二次方程 $(3-x) = (3-x)^2$ 的解是_____.

14. 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x + (m^2-9) = 0$ 的一个根是 0, 则 m 的值是_____.

15. 把 $(a-b)\sqrt{-\frac{1}{a-b}}$ 根号外面的因式移到根号里面, 化成最简二次根式, 正确的结果是_____.

16. 不等式 $x < \sqrt{2}x + \sqrt{2}$ 的解集为_____.

17. 若 $\sqrt{11}$ 的整数部分为 a , $5 - \sqrt{6}$ 小数部分为 b , 则 $a-b$ 的值为_____.

18. 定义一种运算, 对于任意角 α 和 β , $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$, 已知 $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$,

那么 $\tan 105^\circ \cdot \tan 15^\circ$ 的值是_____.

三、简答题 (19、20 题每小题 4 分, 21、22 题每题 4 分, 23、24 题每题 6 分, 共 44 分)

19. 化简与计算.

$$(1) \sqrt{75} - \frac{2}{3}\sqrt{27} - (\sqrt{3}-1)^0 + \frac{3}{\sqrt{3}+1};$$

$$(2) \frac{1}{2}x\sqrt{4x} + 6x\sqrt{\frac{x}{9}} - 2x^2\sqrt{\frac{1}{x}};$$

$$(3) \frac{2}{b}\sqrt{ab} \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div \sqrt{\frac{b}{9a}} (a > 0);$$

$$(4) \left(\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}}\right) \div \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

20. 计算:

$$(1) \sqrt{2}(x - \sqrt{2}) = \sqrt{3}(x + \sqrt{3});$$

$$(2) \text{用配方法解方程: } 2x^2 - 3x - 4 = 0.$$

21. 解不等式: $\sqrt{6}x + 2 > \sqrt{8}x$.

22. 已知一个数的两个不同的平方根是 $3a+1$ 和 $a+11$, 求这个数的立方根.

23. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (3m-1)x + 2m-1 = 0$, 其根的判别式的值为 1, 求 m 的值.

24. 先化简, 后求值: $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$, 其中 $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$.

四、解答题 (25 题 8 分, 26 题 12 分, 共 20 分)

25. 如图 1, 由五个边长为 1 的小正方形组成的图形纸, 我们可以把它剪开拼成一个正方形.

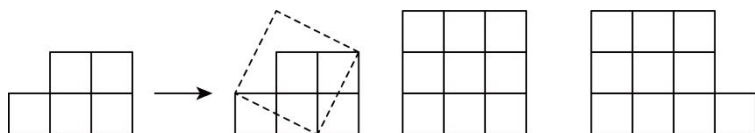


图1

图2

图3

(1) 拼成的正方形的面积与边长分别是多少?

(2) 你能在图 2 的 3×3 方格图中, 连结四个点组成面积为 5 的正方形吗? 若能, 求出它的边长; 若不能, 请说明理由.

(3) 你能把由十个边长为 1 的小正方形组成的图形纸, 剪开并拼成正方形吗? 若能, 在图 3 中用虚线画出来, 并求出它的边长和面积; 若不能, 请说明理由.

26. 配方法是中学数学的重要方法, 用配方法可求最大(小)值. 对于任意正实数 a, b , 可作如下变形(提示: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$);

$$\because a+b = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab},$$

$$\text{又} \because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0,$$

$$\therefore (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab} \geq 0 + 2\sqrt{ab}, \text{ 即 } a+b \geq 2\sqrt{ab}.$$

当且仅当 $\sqrt{a} = \sqrt{b}$, 即 $a=b$ 时等号成立.

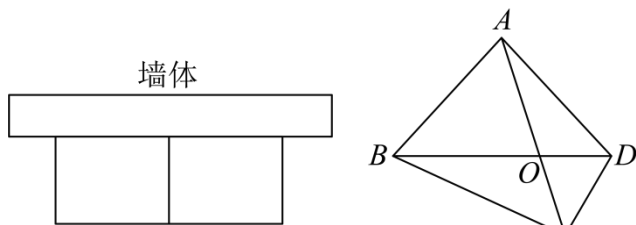


图1

图2

(1) 若 $x > 0$, 代数式 $x + \frac{9}{x}$ 的最小值为_____, 此时 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 某园林设计师要对园林的一个区域进行设计改造, 一面利用墙体将该区域用篱笆围成中间隔有一道篱笆的矩形花圃, 如图 1 所示, 为了围成面积为 108m^2 的花圃, 所用的篱笆至少为多少米?

(3) 如图 2, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , $\triangle AOB, \triangle COD$ 的面积分别为 9 和 4, 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.