

2024 学年第一学期八年级数学期末检测试卷

(完卷时间: 90 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 26 题;
2. 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解题的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

1. 下列各组二次根式中, 不是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{45}$ 和 $\sqrt{20}$ B. $\frac{1}{3}\sqrt{8}$ 和 $\frac{1}{5}\sqrt{2}$ C. $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{24}$ 和 $\sqrt{54}$

2. 下列方程中, 属于一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 - 16 = 0$ B. $3x^2 - 4y = 0$
C. $x^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0$ D. $(x+1)(x+4) = x(x+2)$

3. 若正比例函数 $y = (2m-1)x$ 的图象经过第二、四象限, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \neq \frac{1}{2}$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

4. 下列命题中, 逆命题是真命题的为 ()

- A. 直角都相等
B. 若 $a > 0$, $b > 0$, 则 $a+b > 0$
C. 全等三角形的面积相等
D. 直角三角形的两个锐角互余

二、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

5. 二次根式 $\sqrt{2x-3}$ 有意义的条件是: _____.

6. 已知 $f(x) = \frac{x}{3x+1}$, 则 $f(-1) =$ _____.

7. 化简: $\sqrt{18a^3} =$ _____;

8. 不等式 $2x-1 < \sqrt{3}x$ 的解集为: _____.

9. 方程 $x^2 = x$ 的根是 _____.

10. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 3xy - y^2 =$ _____.

11. 已知 $A(-3, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 在函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是: _____ (用 “ $<$ ” 连接).

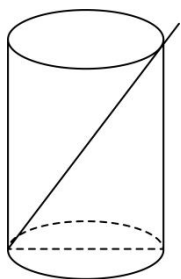
12. 已知平面直角坐标系内两点 $A(3, -1)$ 和 $B(-1, 2)$, 则 $AB =$ _____.

13. 到点 A 的距离等于 2 厘米的点的轨迹是 _____.

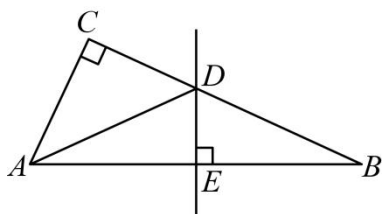
14. 已知等腰三角形一腰上的高线长等于腰长的一半, 则这个等腰三角形的顶角的度数为 _____.

15. 某种产品原来每件 800 元, 经过两次降价, 且每次降价的百分率相同, 现在每件售价为 578 元, 如果每次的降价的百分率是 x , 则可列方程: _____.

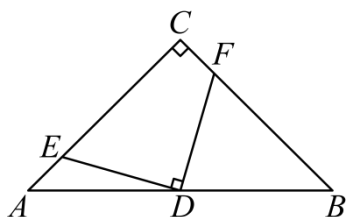
16. 如图, 一透明圆柱状玻璃杯, 从内部测得底面半径为 6cm, 高为 16cm, 今有一根长 22cm 的吸管任意放入杯中, 若不计吸管粗细, 则吸管露在杯口外的长度最少为 _____ cm.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 的垂直平分线交边 AB 于点 E , 交边 BC 于点 D , 如果 $\angle B = 28^\circ$, 那么 $\angle CAD =$ _____ 度.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, $AB = 4$, D 是 AB 的中点, 点 E 、 F 分别在 AC 、 BC 上运动 (点 E 不与点 A 、 C 重合), 且始终保持 $\angle EDF = 90^\circ$, 则 $AE + BF =$ _____.



三、简答题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{12}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - (\sqrt{3} - 1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2025}}\right)^0$

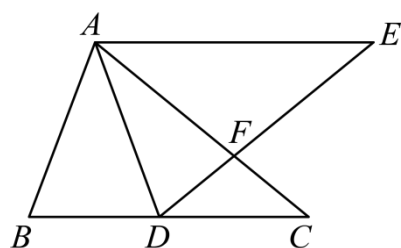
20. 解方程: $y - \frac{y^2 - 1}{2} = -\frac{1}{2}$.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (3m-1)x + \frac{9}{4}m - 1 = 0$

(1) 如果方程的根的判别式的值为 3, 求 m 的值.

(2) 如果方程有实数根, 求 m 的取值范围.

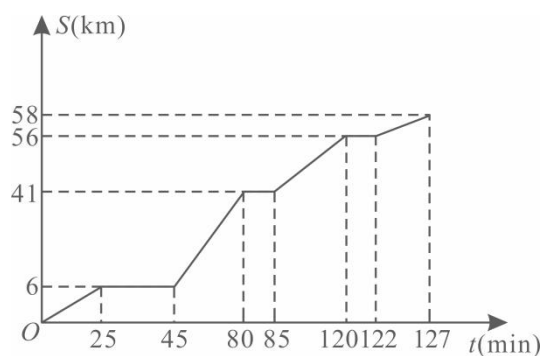
22. 如图, 在 $\triangle ABC$, 点 D 是 BC 上一点, $AD = AB$, $AE = AC$, $AE \parallel BC$, $\angle BAD = \angle CAE$, 连接 DE 交 AC 于点 F .



(1) 求证: $\triangle BAC \cong \triangle DAE$;

(2) 求证: $\triangle DFC$ 是等腰三角形

23. 张老师下班后乘坐公共交通回家, 她会经历如下几次换乘: 先准时 (5 点 35 分) 乘坐东滩 1 路到陈家镇长江大桥枢纽站, 经过短暂的候车, 再乘坐申崇二线到五洲大道地铁站, 又经过短暂的候车, 再乘坐地铁到达曹路站, 出站后扫共享单车骑行回家, 张老师离学校的距离 $S(\text{km})$ 与她回家所用的时间 $t(\text{min})$ 之间的函数关系如图所示, 根据图像回答下列问题:



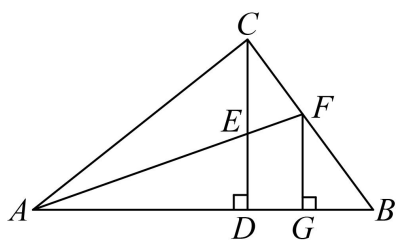
(1) 张老师回家共用了_____分钟;

(2) 申崇二线的平均速度是每小时_____千米;

(3) 曹路地铁站与张老师家相距_____千米;

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 24 题 8 分, 第 25 题 10 分, 第 26 题 12 分, 满分 30 分)

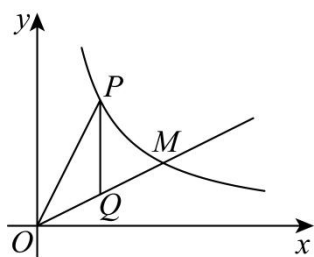
24. 如图, CD 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的高, $\angle BAC$ 的平分线分别交 CD , CB 于点 E , F , $FG \perp AB$, 垂足为 G .



(1) 求证: $\angle CFA = \angle AED$.

(2) 若 $CE = 3$ 厘米, $BG = 4$ 厘米, 求 BC 的长.

25. 如图, 在第一象限内, 已知反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图像经过横坐标为 4 的点 M

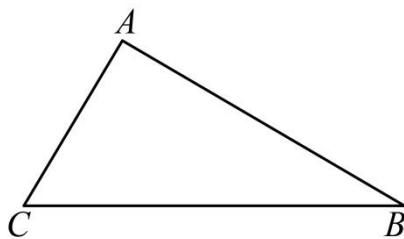
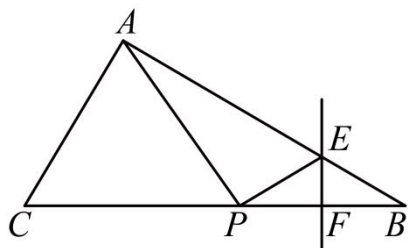


(1) 求 M 点的坐标及直线 OM 的解析式;

(2) 反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 图像上有一点 P , 线段 OM 上有一点 Q , $PQ \parallel y$ 轴, 且 $\triangle OPQ$ 的面积为 3, 求点 P 坐标;

(3) 在第 (2) 小题的前提下, 求点 P 到直线 OM 的距离.

26. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, $BC = 4\sqrt{3}$, 点 P 是射线 CB 上的一点 (不与点 B 重合), EF 是线段 PB 的垂直平分线, 交 PB 与点 F , 交射线 AB 与点 E , 联结 PE 、 AP .



备用图

(1) 求 $\angle B$ 的度数;

(2) 当 P 是 BC 的中点时, 求 $S_{\triangle APE}$

(3) 当点 P 在线段 CB 上时, 设 $EF = x$, $\triangle APE$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(4) 如果 $EF = 1$, 求 $S_{\triangle APE}$

