

2024 学年第一学期期中考试

八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

请将所有题目的答案写在答题纸上, 写在试卷上无效

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中与 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{30}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{32}$ D. $\sqrt{24}$

2. 下列计算中, 正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{3-\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{a^2} = a$

3. 下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 = -1$ B. $ax^2 + bx + c = 0$ (其中 a 、 b 、 c 是常数)

- C. $x^2 + \frac{1}{x} - 1 = 0$ D. $(x-3)(x-2) = x^2 - 1$

4. 如果关于 x 的二次三项式 $ax^2 + 3x + 4$ 在实数范围内能分解因式, 那么 a 的取值范围是 ()

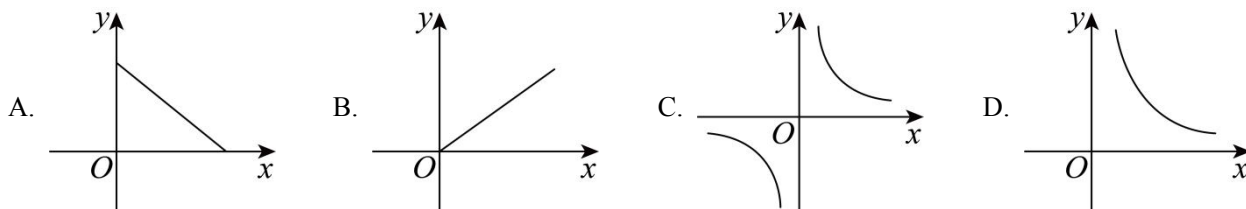
- A. $0 < a < \frac{9}{16}$ B. $a \leq \frac{9}{16}$ C. $a \geq \frac{9}{16}$ D. $a \leq \frac{9}{16}$ 且 $a \neq 0$

5. 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图像上有三点 $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, 已知 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则

下列各式中, 正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_3 > y_1$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

6. 已知矩形的面积为 5, 它的长 y 与宽 x 之间的关系用图像大致可表示为 ()



二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

7. 化简: $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 化简: $\sqrt{20a^3b^2}$ ($b > 0$) = $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 函数 $y = \sqrt{2-3x}$ 的定义域是_____.

10. 已知 $f(x) = \frac{2}{x-2}$, 则 $f(\sqrt{5}) =$ _____.

11. 不等式 $\sqrt{3}x - 1 < 2x$ 的解集是_____.

12. 若 $x = -1$ 是方程 $x^2 - mx - 3 = 0$ 的一个根, 则 m 的值为_____.

13. 方程 $x(x-2) = x$ 的根是_____.

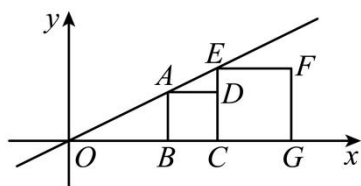
14. 方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是_____.

15. 一元二次方程 $x^2 - 9x + 20 = 0$ 的两个根是等腰三角形的底和腰, 则这个三角形的周长为_____.

16. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 4xy - y^2 =$ _____.

17. 已知函数 $y = (m+1)x^{m^2-3}$ 是正比例函数, 且 y 随 x 的增大而减小, 则 $m =$ _____.

18. 如图, 正方形 $ABCD$, $CEFG$ 边在 x 轴的正半轴上, 顶点 A , E 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上, 如果正方形 $ABCD$ 边长是 1, 那么点 F 的坐标是_____.



三、简答题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 满分 25 分)

19. 计算: $\sqrt{18} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

20. 计算: $\frac{2}{b}\sqrt{ab} \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div 3\sqrt{\frac{a}{b}} (a > 0)$.

21. 用配方法解方程: $3x^2 - 1 = 6x$.

22. 解方程: $y - \frac{y^2 - 1}{2} = -\frac{1}{2}$.

23. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (k+3)x + 2k + 2 = 0$.

(1) 求证: 无论 k 取何值, 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个不小于 4 的根, 求实数 k 的取值范围.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 满分 27 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步

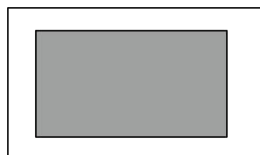
骤)

24. 已知函数 $y = \frac{x}{k} (k \neq 0)$ ，函数值 y 随 x 的值增大而减小，且点 $A(3, k-2)$ 在这个函数的图像上.

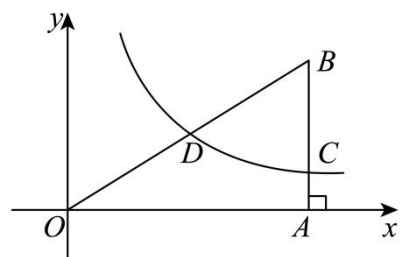
(1) 求 k 的值;

(2) 若一个反比例函数图像过点 A ，请指出它的函数值 y 随自变量 x 的值的变化情况?

25. 小明在一幅长为 80cm，宽为 50cm 的矩形风景画的四周镶一条相同宽度的金色纸边，制成一幅矩形挂图，如图所示，如果要使整个挂图的面积是 5400cm^2 ，求金色纸边的宽度.



26. 如图 $\text{Rt}\triangle OAB$ ， $BA \perp OA$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在第一象限内的图像与 AB 交于点 $C(8, 1)$ 与 OB 交于点 $D(4, m)$.



(1) 求该反比例函数的解析式及直线 OB 的解析式;

(2) 连接 CD ，求 $\triangle BCD$ 的面积.

27. 请阅读以下材料:

①若 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根，则方程的两个根 x_1, x_2 和系数 a, b, c 有如下关系:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ ，把它们称为一元二次方程根与系数关系定理（韦达定理）.

②定义：已知 x_1, x_2 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根，若 $x_1 < x_2 < 0$ ，且

$3 < \frac{x_1}{x_2} < 4$ ，则称这个方程为“限根方程”. 如：一元二次方程 $x^2 + 13x + 30 = 0$ 的两根为 $x_1 = -10, x_2 = -3$ ，

因为 $-10 < -3 < 0$ ， $3 < \frac{-10}{-3} < 4$ ，所以一元二次方程 $x^2 + 13x + 30 = 0$ 为“限根方程”.

请解决下列问题:

(1) 判断一元二次方程 $x^2 + 9x + 14 = 0$ 是否为“限根方程”，并说明理由;

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + (k+7)x + k^2 + 3 = 0$ 是“限根方程”，且方程的两根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = -1$ ，求 k 的值；

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (1-m)x - m = 0$ 是“限根方程”，则 m 的取值范围为_____。（此小问直接填空，不写过程）