

存志学校 2025-2026 学年初二上学期第一次阶段检测

数学试卷

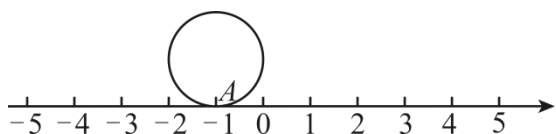
时间：100min 满分：150 分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 计算 $5.99 \times 10^7 - 4.98 \times 10^8$ ，结果用科学记数法表示为（ ）

- A. -1.01×10^{-8} B. 1.01×10^8 C. -4.381×10^8 D. -43.81×10^7

2. 如图，把半径为 1 的圆放到数轴上，圆上一点 A 与表示 -1 的点重合，圆沿着数轴滚动一周，此时点 A 表示的数是（ ）



- A. $1 + 2\pi$ B. $-1 + \pi$
C. $-1 + 2\pi$ 或 $-1 - 2\pi$ D. $-1 + \pi$ 或 $-1 - \pi$

3. 设 $m = \frac{\sqrt{52}-1}{2}$ ，则 m 的取值为（ ）

- A. $1 < m < 2$ B. $2 < m < 3$ C. $3 < m < 4$ D. $4 < m < 5$

4. 在下列代数式中： $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$ 、 $\sqrt{27a}$ 、 $\sqrt{42}$ 、 $\frac{1}{\sqrt{0.7}}$ 、 $-\sqrt{(x^2-y^2)(x+y)}$ 、 $\sqrt[3]{5^2}$ 、 $\sqrt{x^2+y^2}$ ，最简二次根式的个数是（ ）

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

5. 下列说法中错误的个数是（ ）

- ①一个有理数除以无理数若有意义，则运算结果必为无理数；
②带根号的都是无理数；
③无理数可以分为正无理数和负无理数两类；
④无理数是无限小数；
⑤0.101001000100001 是无理数.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6. 已知 $a = (\pi - 3)^2$ ， $b = 0.1$ ， $c = (\pi - 3)^{-1}$ ，则（ ）

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

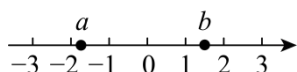
7. $\sqrt{625}$ 的平方根是__.

8. 写出 $\sqrt{3-a}$ 的一个有理化因式: ____.

9. 将代数式 $\frac{3}{\sqrt{5}+2\sqrt{2}}$ 分母有理化, 结果是_____.

10. 若方程 $(m-1)x^2 + 2x = x^2$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的取值范围是_____.

11. a 、 b 在数轴上的位置如图, 化简: $-\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(b-1)^2} - \sqrt{(a-b)^2} =$ _____.



12. 在数轴上, 点 A 与原点距离 $\sqrt{5}$ 个单位, 点 B 和原点相距 3 个单位, 则 AB 之间的距离为_____.

13. 若 $|x+y+4| + \sqrt{(x-2)^2} = 0$, 则 $3x+2y =$ _____.

14. 对于 $\sqrt{540a}$, 当 $\sqrt{540a}$ 是整数时, 最小的正整数 $a =$ _____.

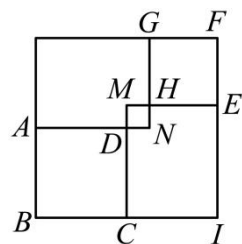
15. 若最简二次根式 $^{3x-y}\sqrt{3y+4x}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2x-y+6}$ 是同类二次根式, 则 $x+y =$ _____.

16. 已知 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如, $[1.5] = 1$, $[\sqrt{6}] = 2$, $[\sqrt{9}] = 3$, 那么

$[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{98}] =$ _____.

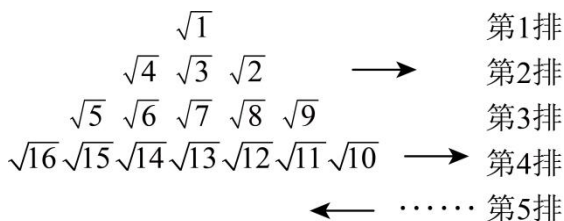
17. 如图, 在大正方形纸片中放置两个小正方形 (正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$), 已知: $AB = \sqrt{23} + 1$,

$EF = \sqrt{23} - 1$, $S_{\text{四边形}MCIE} = 25$, 则大正方形的边长为_____.



18. 将 $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、.....按如图方式排列, 若规定 (x, y) 表示第 x 排从左向右第 y 个数, 若 $\sqrt{2028}$

在 (a, b) , 则 $a-b$ 的值为_____.



三、简答题 (本大题共 2 题, 满分 26 分)

19. 比较大小:

(1) $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ _____ $2 + \sqrt{6}$;

(2) $\sqrt{15} - \sqrt{12}$ _____ $\sqrt{16} - \sqrt{13}$.

20. 计算:

(1) $\sqrt[3]{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{5})^2} + (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$;

(2) $\sqrt{a} \div \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$;

(3) $\frac{2}{b}\sqrt{2ab^5} \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{4a^3b} \right) \div 3\sqrt{\frac{2b}{a}} \div \sqrt{\frac{b^2}{a}}$;

(4) $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 (\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$.

四、解答题 (本大题共 5 题, 满分 38 分)

21. 已知 $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$, 求代数式 $x^2 + y^2$ 的值.

22. 若 $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, 求 $x^4 - (2 + \sqrt{3})x^2 + (1 + 2\sqrt{3})x + \frac{1}{x} - \frac{3\sqrt{3}-11}{2}$ 的值.

23. 已知 $\frac{1}{2}(2y - x - z) = \sqrt{1-x} + 2\sqrt{\frac{1}{2}y - \frac{3}{2}} + \sqrt{2-z}$, 求 $x - y + z$ 的值.

24. 化简:

(1) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+10}$.

(2) $\frac{1+2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{7}+3}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{7}+3)}$.

25. 设等式 $\sqrt{a(b-a)} + \sqrt{a(c-a)} = \sqrt{b-a} - \sqrt{a-c}$ 在实数范围内成立, 其中 a 、 b 、 c 是两两不同的实数,

求 $\frac{4b^2 + bc - c^2}{b^2 - bc + c^2}$ 的值.

五、综合实践 (本大题共 8 题, 满分 50 分)

26. 已知实数 a 满足 $\sqrt{a-2025} + |2024-a| = a$, 则 $a - 2025^2 =$ _____.

27. 比较大小: $\sqrt{x+2y}-\sqrt{2y}$ _____ $\sqrt{2y}-\sqrt{2y-x}$. (用 “>”、“<”、“≥”或“≤” 填空)

28. 计算:

(1) $\sqrt{\frac{13}{2}}-2\sqrt{3+\sqrt{8}} =$ _____;

(2) $\sqrt{32+16\sqrt{3}+12\sqrt{5}+8\sqrt{15}} =$ _____.

29. 在数学中也经常用对仗(对偶)思想解决有关问题, 比如, 已知:

$(a+\sqrt{a^2+10})(b+\sqrt{b^2+10})=10$, 则 $(a+\sqrt{a^2+10})$ 的“对偶式”是 $(a-\sqrt{a^2+10})$, 通过 $(a+\sqrt{a^2+10})(a-\sqrt{a^2+10})=-10$, 可以得到 $b+\sqrt{b^2+10}=\sqrt{a^2+10}-a$, 同样也可以得到 $a+\sqrt{a^2+10}=\sqrt{b^2+10}-b$, 从而解决相应的问题. 请运用上述方法解决下列问题:

已知实数 x 、 y 满足 $(x+\sqrt{x^2+2025})(y+\sqrt{y^2+2025})=2025$, 则 $x+y+2025=$ _____.

30. 求不超过 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^6$ 的最大整数.

31. 计算: $\frac{3}{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}+\frac{3}{8\sqrt{5}+5\sqrt{8}}+\frac{3}{11\sqrt{8}+8\sqrt{11}}+\cdots+\frac{3}{101\sqrt{98}+98\sqrt{101}}$.

32. 设 $2025x^3=2026y^3=2027z^3$, 且 $xyz>0$, 且

$\sqrt[3]{2025x^2+2026y^2+2027z^2}=\sqrt[3]{2025}+\sqrt[3]{2026}+\sqrt[3]{2027}$, 求 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ 的值.

33. 求证: $\sqrt{\frac{1}{\underset{(n-1)\text{个}}{11\cdots1}\underset{n\text{个}}{22\cdots2}25}}$ 是有理数.