

2025 学年度第一学期八年级数学学科阶段练习 (一)

(满分 100 分, 时间 90 分钟)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 在数字 $\frac{22}{7}$, 3.33 , $\frac{\pi}{2}$, 0 , $2.121121112\cdots$ (相邻两个 2 之间 1 的个数逐次多 1), $-\sqrt{0.9}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ 中, 无理数的个数是 ().

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{2}$; B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\sqrt{\frac{2}{3}}$; C. $\sqrt{0.5}$ 与 $\sqrt{5}$; D. $\sqrt{8x^3}$ 与 $\sqrt{2x}$.

3. 将一元二次方程 $(1-3x)(x+3)=2x^2+1$ 化为一般形式后, 二次项系数和常数项分别是 ()

- A. 5, -2 B. 2, -3 C. -5, -1 D. 6, 2

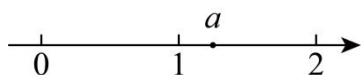
4. 若 $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 则下列各式正确的是 ()

- A. $3 < a < 4$ B. $2 < a < 3$ C. $1 < a < 2$ D. $0 < a < 1$

5. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{7-2a}$ 能够合并, 那么 a 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 已知实数 a 在数轴上的对应点位置如图, 则化简 $(\sqrt{a-1})^2 - \sqrt{(a-2)^2}$ 的结果是 ()



- A. $2a-3$ B. -1 C. 1 D. $3-2a$

二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. 如果方程 $(m+2)x^{m^2-2} + (m-2)x - 3 = 0$ 是一元二次方程, 那么 m 的值为_____.

8. 若代数式 $\frac{\sqrt{x+4}}{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

9. 化简: $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}} =$ _____.

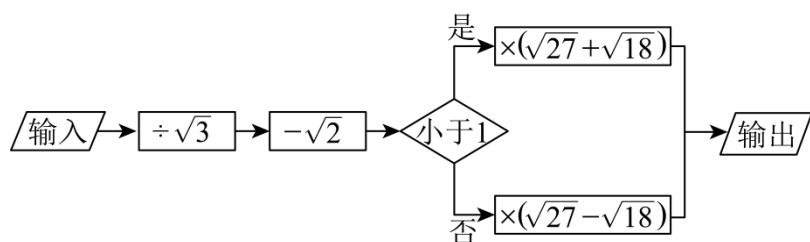
10. 分母有理化: $\frac{1}{-2+\sqrt{3}} =$ _____.

11. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ _____ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (填 “>”, “<” 或 “=”).

12. 若 $|a| + a = 0$, 则 $\frac{|a| + 2}{\sqrt{(a-2)^2}} =$ _____.

13. 已知 $\sqrt[3]{4.71} \approx 1.676$, 则 $\sqrt[3]{-0.00471} \approx$ _____.

14. 按如图所示的运算程序计算, 若输入 “3”, 则输出的结果是_____.



15. 不等式 $\sqrt{3}x + \sqrt{8} < \sqrt{27}x + \sqrt{32}$ 的解集是_____.

16. 苏步青是中国著名的数学家, 被誉为 “数学之王”, 为纪念其贡献, 国际上将一颗距地球 21800 万公里的小行星命名为 “苏步青星”, 将 21800 万用科学记数法表示为_____.

17. 将二次三项式 $x^2 - 2x - 2$ 写成 $(x-1)^2 + m$ 的形式则 $m =$ _____.

18. 设 $[\sqrt{a}]$ 表示最接近 $\sqrt{a}$ 的整数, 则 $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \cdots + [\sqrt{28}] =$ _____.

三、简答题 (第 19、20 题每题 10 分, 第 21、22 题每题 6 分, 共 32 分)

19. 计算:

(1) $\sqrt{0.04} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{\frac{1}{4}} + |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3}$

(2) $\left(2\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{6} - \frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

20. 解方程

(1) $(x-3)^2 + 2(x-3) - 24 = 0$;

(2) $2x^2 + 2\sqrt{7}x + 1 = 0$; (用公式法)

21. 已知 a 为方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(a+1)(a-1) + 3a(a-2)$ 的值.

22. 先化简, 再求值 $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$, 其中 $x=5$, $y=\frac{1}{5}$.

四、解答题 (第 23 题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 9 分)

23. 已知 $\sqrt[3]{x} = 1$, 且 $\sqrt{y-2x} + (z-3)^2 = 0$, 求 $x+y^3+z$ 的平方根.

24. 如图 1, 由 5 个边长为 1 的小正方形组成的长方形, 通过剪拼可以拼成一个正方形 $ABCD$.

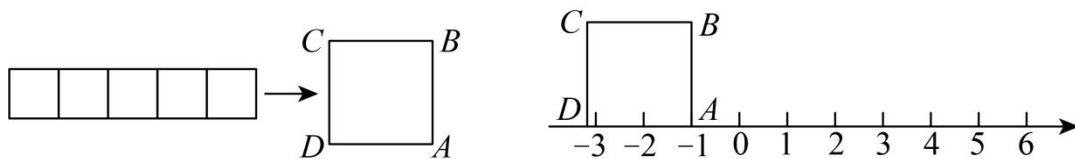


图 1

图 2

(1) 求正方形 $ABCD$ 的边长, 并求出 AB 的长在哪两个连续整数之间;

(2) 如图 2, 纸片上有数轴, 把图 1 中的正方形 $ABCD$ 放到数轴上, 使得点 A 与 -1 重合, 求点 D 在数轴上表示的数;

(3) 在 (2) 的基础上以数 1 对应的点为折点, 将数轴向右对折, 则点 D 与数_____对应的点重合.

25. 阅读材料, 并完成下列任务:

材料一: 裂项求和

小华在学习分式运算时, 通过具体运算: $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, ……

发现规律: $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (n 为正整数), 并证明了此规律成立.

应用规律: 快速计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

材料二: 根式化简

例 1 $\frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right);$

例 2 $\frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

任务一: 化简.

(1) 化简: $\frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}$

(2) 猜想: $\frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1} + (2n-1)\sqrt{2n+1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为正整数).

任务二: 应用

(3) 计算: $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{49\sqrt{47}+47\sqrt{49}};$

任务三：探究

(4) 已知 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$$y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3 \times 5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{5 \times 7}} + \cdots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2023}}{1+\sqrt{2023}+\sqrt{2025}+\sqrt{2023 \times 2025}},$$

比较 x 和 y 的大小，并说明理由.