

2025 学年第一学期期中练习卷

八年级数学试卷

2025. 11

(考试时间: 100 分钟满分: 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列实数中, 是无理数的是 ()

- A. $\sqrt[3]{-8}$ B. $0.\dot{2}\dot{5}$ C. $\frac{22}{7}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 负数没有立方根;
B. -2 是 4 的算术平方根;
C. 立方根是它本身的数只有 0;
D. 互为相反数的两个数的立方根也互为相反数

3. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8a}$ B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ C. $\sqrt{a^2-1}$ D. $\sqrt{a^5}$

4. 下列关于 x 的方程中, 一定是一元二次方程的是 ()

- A. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 2 = 0$ B. $(x-2)^2 = 2(x-2)$
C. $ax^2 + bx + c = 0$ D. $x^2 + 2y = 3$

5. 下列关于 x 的方程中, 有两个实数根的是 ()

- A. $x^2 = 2x$ B. $x^2 + x + 2 = 0$
C. $x^2 = -2$ D. $(x-2)^2 + m^2 + 1 = 0$

6. 当 $a > 1$ 时, 化简 $\sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} - \frac{1}{a}$ 的结果是 ()

- A. a B. $-a$ C. $\frac{2}{a} - a$ D. $a - \frac{2}{a}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. $\frac{25}{81}$ 的平方根是__.

8. 比较大小: $-2\sqrt{3}$ _____ $-\sqrt{15}$ (填 “>” “<” 或 “=”)

9. 若 $\sqrt{20}$ 与最简二次根式 $\frac{1}{2}\sqrt{2-m}$ 是同类二次根式, 则 m 的值为_____.

10. 计算: $2\sqrt{27} \times \frac{\sqrt{5}}{3} \div 2\sqrt{3} =$ _____.

11. 不等式 $2x \geq 1 + \sqrt{5}x$ 的解集是_____.

12. 方程 $5x^2 - 4x = 0$ 的解为_____.

13. 已知 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $2x^2 - mx - m^2 = 0$ 的一个根, 那么 m 的值是_____.

14. 已知关于 x 的方程 $3x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根, 那么实数 m 的取值范围是_____.

15. 已知: $11.12 \approx 3.335^2, 111.2 \approx 10.545^2$, 那么 $\sqrt{1.112} \approx$ _____.

16. 为满足高速通信需求, 我国某企业成功开发出一款 5G 基站芯片, 其处理一个基本数据单元仅需 0.8 纳秒, 已知一纳秒等于 1×10^{-9} 秒, 则该芯片一秒可以处理_____个基本数据单元. (用科学记数法表示)

17. 定义: 若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根, 我们就称这两个方程为“同伴方程”. 例如 $x^2 = 4$ 和 $(x-2)(x+3) = 0$ 有且仅有一个相同的实数根 $x = 2$, 所以这两个方程为“同伴方程”. 若方程 $6x^2 + 7x - 5 = 0$ 和 $(x-1)(x+m) = 0$ 为“同伴方程”, 则 m 的值为_____.

18. 我们可以利用二次根式性质 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 准确解出形如 $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$ 的方程,

方法如下:

由题意, 可知 $x \geq 0$, 得 $x = (\sqrt{x})^2$
原方程变形为: $(\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x} - 4 = 0$
 $\therefore (\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 1) = 0$
 $\therefore \sqrt{x} = 4$ 或 $\sqrt{x} = -1$ (舍去)
 $\therefore x = 16$

小杰同学将二次根式的性质进一步探究后发现: $(\sqrt{-a})^2 = -a (a < 0)$.

已知 $x - 3\sqrt{-xy} + 10y = 0 (x > 0)$, 参考上述方法, 可求得 $\frac{y}{x} =$ _____.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算: $(\sqrt{0.5} + 2\sqrt{\frac{1}{3}}) - (\sqrt{18} - \sqrt{27})$

20. 计算: $\frac{1}{2+\sqrt{5}} + \sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{7})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$

21. 计算: $\sqrt{\frac{a}{8}} \cdot \sqrt{2} - 5a \div \sqrt{4a}$

22. 解方程: $(x-1)^2 - 4(x+2)^2 = 0$

四、解答题 (本大题共 5 题, 第 23、24、25 题每题 6 分, 第 26 题 7 分, 第 27 题 9 分, 满分 34 分)

23. 解方程 $2x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$, 乐乐的解答过程如下:

解: ①移项, 得 $2x^2 - 3x = -\frac{1}{2}$,

②将二次项系数化为 1, 得: $x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{4}$

③配方, 得 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} + \frac{9}{4}$

④两边开平方, 得 $x - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$ 或 $x - \frac{3}{2} = -\sqrt{2}$

⑤所以, $x_1 = \sqrt{2} + \frac{3}{2}, x_2 = -\sqrt{2} + \frac{3}{2}$

(1) 乐乐的解答过程从第_____步开始出错的, 其错误原因是_____.

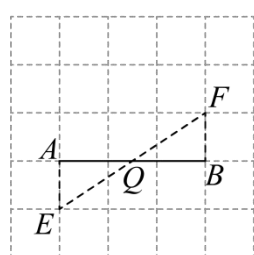
(2) 请写出正确的解答过程 (全部).

24. 先化简再求值: $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x^2 - 4}$, 其中 $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

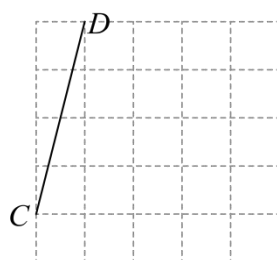
25. 如图 (a)、(b) 是由边长为 1 的小正方形组成的 5×5 网格, 每个小正方形的顶点叫做格点, 每个小正方形的边叫做格线. 请仅用一根无刻度直尺作图在网格图中完成下列画图, 画图过程用虚线表示, 画图结果用实线表示 (不要求说明理由, 需保留必要的作图痕迹, 写出结论)

例如: 在图 (a) 中, A 、 B 是格点, 要作出线段 AB 的中点 Q , 可利用无刻度直尺, 连接格点 E 、 F 所得线

段 EF 与线段 AB 交点 Q 就是线段 AB 中点, 利用 $\triangle AEQ \cong \triangle BFQ$ 可说明 $AQ = BQ$.



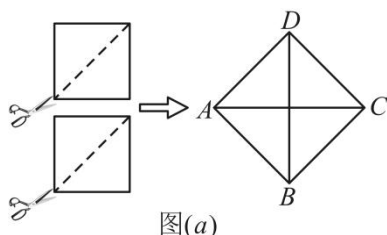
图(a)



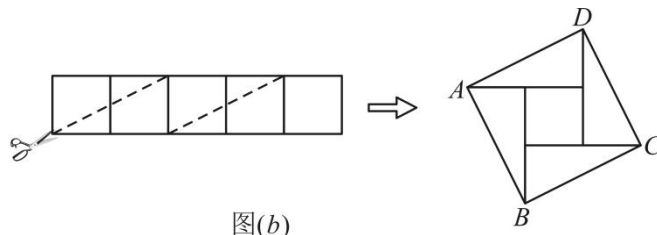
图(b)

- (1) 在图(a)中, A 、 B 是格点, 请仅用一根无刻度直尺作出线段 AB 的垂直平分线 MQ ;
- (2) 在图(b)中, C 、 D 是格点, 请仅用一根无刻度直尺作出等腰直角三角形 CDH , 点 H 是格点;
- (3) 在 (2) 的基础上, 请仅用一根无刻度直尺作出线段 CD 的垂直平分线.

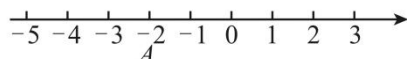
26. 小李同学在学习无理数时, 将边长为 1 的两个正方形沿着他们的一条对角线剪开, 得到四个形状、大小都相等的等腰直角三角形, 再把这四个等腰直角三角形拼成了一个面积为 2 的正方形, 由此得到了无理数 $\sqrt{2}$. 他受此启发: 将一个由 5 个边长为 1cm 的小正方形组成的长方形, 通过剪拼组成了一个大的正方形 (没有重叠和空隙).



图(a)



图(b)



图(c)

- (1) 图(b) 中大正方形的边长 $m =$ _____ cm, 边长 m 介于两个连续整数 _____ 和 _____ 之间.
- (2) 如图(c) 是一个数轴, 把图(b) 中大正方形旋转使得边 AB 落到数轴上, 且点 A 与 -2 重合, 则点 B 在数轴上表示的数为 _____;
- (3) 在 (2) 的基础上, 点 B 在点 A 的右侧, 点 P 表示数 1, 将数轴沿着点 P 所在的某条直线翻折使得点 B 恰好落在数轴上的点 B' 处, 此时点 B' 所表示的数为 _____.

27. 数学课上, 某数学小组正在认真研究: 到三个定点距离之和最小的点

【实际背景】 设要建造一座发电厂向附近的三座工厂输电, 将发电厂建造在哪里, 可以使从发电厂出发的输电线的总长度最短?

【数学问题】 在平面内, 假设三座工厂分别记作点 A 、 B 、 C , 发电厂记作点 P , 请在平面内找一点 P , 使

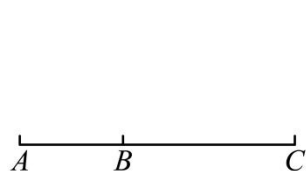
得 $PA + PB + PC$ 最小.

(1) 探究 1. 当点 A 、 B 、 C 在同一直线上 (如图 1), 点 B 在点 A 和点 C 之间, 要使得 $PA + PB + PC$ 最小, 点 P 的位置为_____

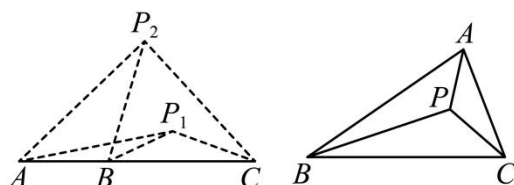
依据是: _____ (填写序号)

①三角形任意两边之和大于第三边;

②线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等.



图(1)



图(2)

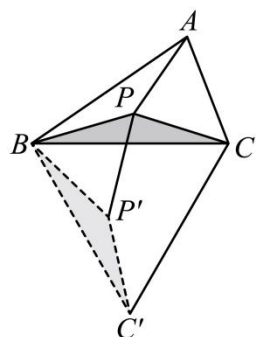
(2) 探究 2. 当点 A 、 B 、 C 不共线时 (如图 2), $\triangle ABC$ 中, 最大内角 $\angle BAC < 120^\circ$, 点 P 在 $\triangle ABC$ 内.

小敏说: 两条折线段之和最小值就是连结两点的线段长;

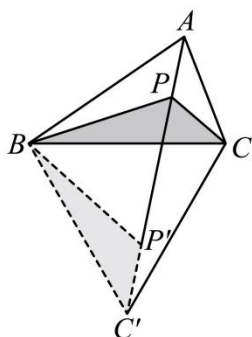
小丽提出困惑: 如何把题目中共顶点三条线段转化为首尾相连的三条折线段呢?

欢欢说: 目前线段相等转化的方法有: 构造全等三角形、等边三角形 (或等腰三角形)

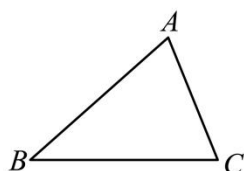
聪聪说: 将 $\triangle BPC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得 $\triangle BP'C'$, 连接 PP' (如图 3); 此时要使得 $PA + PB + PC$ 最小, 则点 A 、 P 、 P' 、 C' 在同一直线上 (如图 4), 可以得出 $\angle APB = \angle BPC = \angle APC = 120^\circ$.



图(3)



图(4)



图(5)

①你同意该小组同学的说法吗? 如果不同意, 请说出理由; 如果同意, 请写出证明

$\angle APB = \angle BPC = \angle APC = 120^\circ$ 的推理过程.

②从上面的证明还可以得到 $\triangle BC'C$ 是等边三角形, 此时点 P 在线段 AC' 上; 请用直尺和圆规在图 5 中作出点 P 使得 $PA + PB + PC$ 最小.