

2025 学年第一学期八年级期终测试数学试卷（样卷）

（试卷说明：本卷分两个部分，第一部分为必做题，满分 100 分；第二部分为选做题，满分 20 分。本卷总测试时间为 100 分钟。）

第一部分：必做题

一、选择题（本大题共 10 题，每题 3 分，满分 30 分）

1. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 任何实数都有倒数
- B. 任何实数不是有理数就是无理数
- C. 任何实数都有平方根
- D. 任何实数不是正实数就是负实数

2. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{\frac{a}{3}}$
- B. $\sqrt{21a}$
- C. $\sqrt{12a^3}$
- D. $\sqrt{a^2+2a+1}$

3. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

- A. $x^2 = \sqrt{3}x$
- B. $xy = 1$
- C. $x + \frac{1}{x} = 1$
- D. $x^2 + \frac{1}{2x^2} = 0$

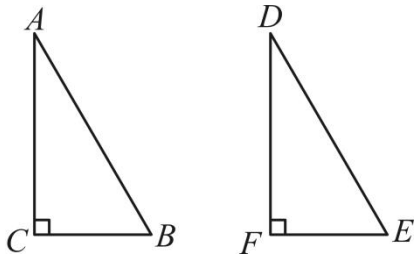
4. 如果 x_1 和 x_2 是一元二次方程 $2x^2 - 8x - \sqrt{15} = 0$ 的两个实数根，那么以下结论正确的是（ ）

- A. $x_1 + x_2 = 8$
- B. $x_1 + x_2 = -4$
- C. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\sqrt{15}}{2}$
- D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\sqrt{15}}{2}$

5. 下列关于 x 的一元二次方程中，没有实数根的方程是（ ）

- A. $x^2 - \sqrt{3}x - 2 = 0$
- B. $x^2 - 3x - 2 = 0$
- C. $x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$
- D. $x^2 + 3x + 2 = 0$

6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中，已知 $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ，且 $AC = DF$ 。如果只能运用“直角三角形全等的判定定理”判定 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$ ，那么需要补充的条件是（ ）



- A. $\angle A = \angle D$ B. $AB = DE$
C. $\angle B = \angle E$ D. $BC = EF$

7. 以下用科学记数法表示的小数中，转化为小数形式后，小数点与左起第一个非零数字之间恰有三个 0 的是 ()

- A. 1.703×10^{-2} B. 9.0007×10^2
C. -5.0003×10^{-3} D. -6.2181×10^{-4}

8. 在数轴上，如果实数 3 对应的点为 A, 4 对应的点为 B, $\sqrt{13}$ 对应的点为 C, 那么以下表述正确的是 ()

- A. 点 C 位于点 B 的右侧
B. 点 C 位于点 A 的左侧
C. 点 C 位于 A、B 两点之间且更靠近点 A
D. 点 C 位于 A、B 两点之间且更靠近点 B

9. 某省举办的城市业余足球联赛采用主客场双循环赛制，每支球队与其他球队需进行两场比赛（主场和客场各一次）。本赛季该联赛共完成比赛 156 场。设参加联赛的球队有 x 支，根据题意，为求解 x ，以下列出的方程正确的是 ()

- A. $\frac{1}{2}x(x-1) = 156$ B. $x(x-1) = 156$
C. $2x(x-1) = 156$ D. $\frac{1}{2}x(x+1) = 156$

10. 学习《理财小课堂》后，请从收益率的角度分析以下两个项目，哪个更值得投资。以下观点中，你最认同的是 ()

项目	投入 (万元)	一年后返回 (万元)	二年后返回 (万元)
甲	100	60	50
乙	80	50	38

- A. 因为甲、乙两个项目的收益率都是 10%，所以投资这两个项目是一样的
B. 因为甲项目的总收益为 10 万元，高于乙项目的总收益 8 万元，所以投资甲项目更优

C. 虽然甲、乙两个项目的收益率都是10%，但因为一年后甲项目先返回60%，乙项目先返回62.5%，乙先返回的更多，所以投资乙项目更优

D. 虽然甲、乙两个项目的收益率都是10%，但因为甲、乙两个项目的初始投入不一样，所以无法判断投资哪个项目更优

二、填空题（本大题共10题，每题2分，满分20分）

11. 64的立方根是_____.

12. 计算: $\sqrt{32} - 3\sqrt{2} =$ _____.

13. 若式子 $\frac{\sqrt{m-1}}{m+2}$ 在实数范围内有意义, 则 m 的取值范围是_____.

14. 化简: $\sqrt{(\pi-4)^2} =$ _____.

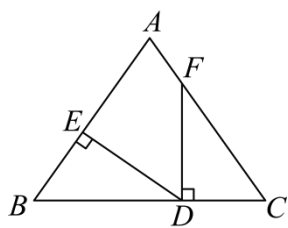
15. 用配方法解一元二次方程时, 往往先将原方程转化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式. 现如果用配方法解一元二次方程 $x^2 - 4x - 2025 = 0$, 那么此时 $a+b$ 的值是_____.

16. 在实数范围内因式分解: $2x^2 + 2x - 3 =$ _____.

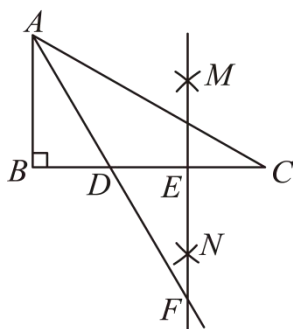
17. 已知等腰直角三角形斜边上的高的长度恰好是方程 $x^2 - x - 12 = 0$ 的根, 那么这个直角三角形斜边的长是_____.

18. 不等式 $-\sqrt{3}x \geq 3(\sqrt{3} + x)$ 的解集是_____.

19. 如图, 已知点 D 在 BC 上, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , $BD = CF$, $BE = CD$, 若 $\angle AFD = 140^\circ$, 则 $\angle EDF =$ _____度.



20. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D . 分别以点 C 、 D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 M 、 N , 作直线 MN 交 BC 于点 E , 交 AD 的延长线于点 F . 如果 $BD = 3$, 那么 $DF =$ _____.



三、解答题（本大题共 6 题，满分 50 分）

21. 计算: $2\sqrt{3} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 3 + 2\sqrt{2} \right) \div \frac{1}{\sqrt{3}}.$

22. 某同学在解方程 $x^2 - 5x = 6$ 时，给出了以下解答过程:

解答过程	步骤序号
解: 将方程的左边因式分解, 得 $x(x-5) = 6,$	…①
当 $x = 6$ 且 $x - 5 = 1$ 时满足以上等式, 可得 $x = 6;$	…②
当 $x = -1$ 且 $x - 5 = -6$ 时满足以 上等式, 可得 $x = -1.$	…③
综上, 原方程的解为 $x_1 = 6, x_2 = -1.$	…④

(1) 该同学的解答过程是否正确? (请根据你的判断勾选以下选项之一; 勾选后, 根据相应的选项完成对应的问题 (2) 和问题 (3))

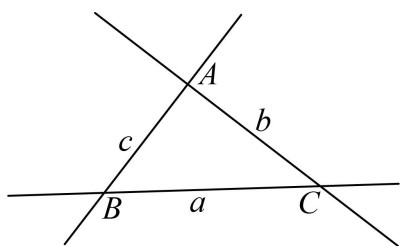
☐ A. 该解答过程不正确	☐ B. 该解答过程正确
(2A) 如果你认为该	(2B) 如果你认为该

解答不正确, 那么它是从第_____步开始出错的, 请说明其错误的原因:	解答正确, 那么请再出一个一元二次方程, 并用上述方法求解, 说明此解法的合理性;
(3A) 对于原题所给的方程, 请写出你认为正确的解答过程.	(3B) 对于原题所给的方程, 请另外给出一种你认为正确的解法, 写出解答过程.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$.

- (1) 如果这个方程有两个不相等的实数根, 求 m 的取值范围;
- (2) 如果这个方程的两个实数根的平方和是 13, 求 m 的值.

24. 如图, 有三条公路 a 、 b 、 c 两两相交于 A 、 B 、 C 三点. 现要建设一个商场 P , 使得它到三条公路的距离相等.



(1) 小海同学发现, 符合条件的商场 P 的位置一共有 4 个, 其中有一个在 ABC 的内部. 请用尺规作出在 ABC 外部的另外 3 个符合要求的点 P (保留作图痕迹, 不必写作法, 可将作出的三个点分别标记为 P_1 、 P_2 和 P_3);

(2) 猜想: 请你写出根据 (1) 的要求作出的三个点所围成的三角形所具有的一个特征: 三角形 $P_1P_2P_3$ _____.

25. 我们知道, 如果正整数 a 、 b 、 c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 那么 a 、 b 、 c 称为一组勾股数 (或称勾股数组), 可表示为 $\{a, b, c\}$ ($c > a$, $c > b$). 以勾股数组中的三个数为三边长的三角形一定是直角三角形.

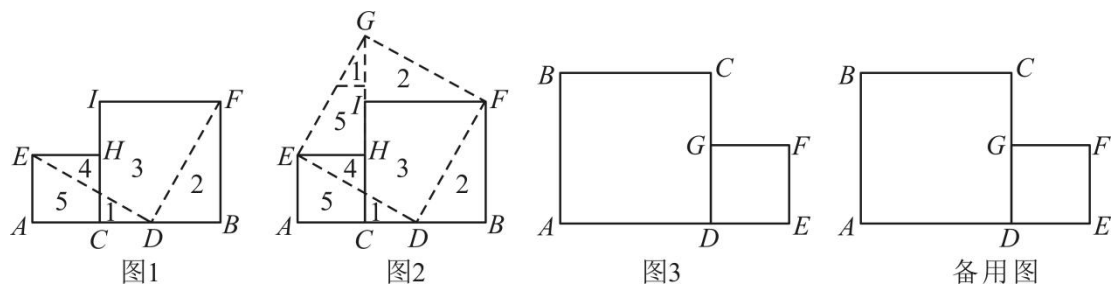
(1) 对于勾股数组 $\{a, b, c\}$, 求证: $\frac{b+c}{a} = \frac{a}{c-b}$;

(2) 已知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的系数 a 、 b 、 c 均为正整数，如果正有理数 p 满足： $\frac{1}{2}\left(p - \frac{1}{p}\right)$ 为

该方程的两根之和， $\frac{1}{2}\left(p + \frac{1}{p}\right)$ 为该方程的两根之积，求证：此时的系数 a 、 b 、 c 一定是一组勾股数.

26. 在课本综合与实践活动《“勾股定理”证明中的中国智慧》中，介绍了我国数学家刘徽用“出入相补原理”证明勾股定理的图形割补方法（如图1和图2）.

活动1：刘徽（约225—约295）的证明



交流学习体会时，小明同学认为：此方法的难点在于确定图2中的点D的位置. 根据图中的示意，只要点D的位置确定，就相应确定了切割两个小正方形的方法，即确定了裁切线ED和FD.

现给定两个边长分别为 a 和 b 的正方形 $ABCD$ 和 $DEFG$ ($a > b$)，其中正方形的边 AD 和 DE 共线 (如图3). 根据刘徽的方法，请用尺规在线段 AE 上作出点 P 的位置 (用于确定裁切线 BP 和 FP)，再写出你的作法并证明 (即证明这两个正方形按此方法分割并重新拼接后能构成一个边长为 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 的大正方形).