

# 2024 学年第一学期八年级期中考试数学试题

(考试时间 90 分钟, 总分 100 分) 2024.11

考生注意: 答题时请将答案按要求在答题纸规定的位置上作答, 在本试卷上答题一律无效.

## 一、单选题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{8}$                       B.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$                       C.  $\sqrt{xy^3}$                       D.  $\sqrt{x^2+9}$

2. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{48} \times \sqrt{3} = 12$   
B.  $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$   
C.  $\sqrt{(3.14 - \pi)^2} = 3.14 - \pi$   
D.  $\sqrt{6} \div (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

3. 数轴上, 点 A 表示的数是  $-\sqrt{3}$ , 将点 A 向右平移 3 个单位到达点 B, 点 B 表示的数为  $m$ . 计算  $\sqrt{3}m - 2\sqrt{3}$ , 结果是 ( )

- A.  $-3 - \sqrt{3}$                       B.  $3 - \sqrt{3}$                       C.  $-3 + \sqrt{3}$                       D.  $-3 + 3\sqrt{3}$

4. 平行四边形的周长为 26cm, 两条邻边中较大的一条边长为  $y$ cm, 较小的一条边长为  $x$ cm, 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是 ( )

- A.  $y = 26 - x (0 < x < 6)$                       B.  $y = 26 - x (0 < x < 6.5)$   
C.  $y = 13 - x (0 < x < 6)$                       D.  $y = 13 - x (0 < x < 6.5)$

5. 电影《志愿军》不仅讲述了中国人民志愿军抗美援朝的故事, 更是通过鲜活生动的人物塑造, 让观众体会到历史事件背后的人性和情感, 一上映就获得全国人民的追捧. 某地第一天票房约 3 亿元, 若以后每天票房按相同的增长率增长, 三天后票房收入累计达 18 亿元, 若把增长率记作  $x$ , 则方程可以列为 ( )

- A.  $3(1+x) = 18$                       B.  $3(1+x)^2 = 18$   
C.  $3 + 3(1+x)^2 = 18$                       D.  $3 + 3(1+x) + 3(1+x)^2 = 18$

6. 新定义:  $\langle a, b, c \rangle$  为一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  (其中  $a \neq 0, a, b, c$  为实数) 的“共同体数”, 如:

$x^2 + 2x - 1 = 0$  的“共同体数”为  $\langle 1, 2, -1 \rangle$ , 以下“共同体数”中能让一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有

两个不相等的实数根的是( )

- A. 《3, 2, 1》      B. 《3, 4, 5》      C. 《 $n+1, 2n, n-1$ 》      D. 《 $m, m, m+\frac{1}{m}$ 》

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 函数  $f(x) = \frac{1}{2-x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

8. 方程  $x^2 = 3x$  的根是\_\_\_\_\_.

9. 写出二次根式  $\sqrt{x+y}$  的一个有理化因式是\_\_\_\_\_.

10. 已知函数  $f(x) = 2x - \frac{2}{x}$ , 则  $f(\sqrt{2}) =$ \_\_\_\_\_.

11. 已知  $a < 0$ , 那么  $\sqrt{9a^2}$  可化简为\_\_\_\_\_.

12. 不等式  $\sqrt{2x} > x+1$  的解集是\_\_\_\_\_.

13. 在实数范围内因式分解:  $2x^2 - 4x - 3 =$ \_\_\_\_\_.

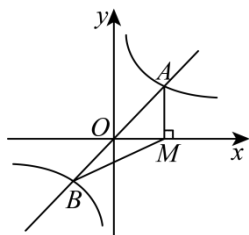
14. 已知  $a = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ , 则代数式  $a^2 - 6a + 1$  的值是\_\_\_\_\_.

15. 如果最简根式  $\sqrt{x^2-6x}$  与  $\sqrt{5-2x}$  是同类二次根式, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

16. 若点  $A(-3, a)$ 、 $B(1, b)$ 、 $C(2, c)$  都在反比例函数  $y = -\frac{4}{x}$  的图像上, 则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小关系为\_\_\_\_\_ (按从大到小排列).

17. 小明发明了一种用“二次根式法”来产生密码的方法, 如对于二次根式  $\sqrt{169}$  的计算结果是 13, 则在被开放数和结果中间加上数字 0, 就得到一个密码“169013”, 则对于二次根式  $\sqrt{2.56}$ , 用小明的方法产生的这个密码是\_\_\_\_\_(密码中不写小数点)

18. 如图, 直线  $y = mx$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  交于  $A$ 、 $B$  两点, 过点  $A$  作  $AM \perp x$  轴, 垂足为  $M$ , 连结  $BM$ , 若  $S_{\triangle ABM} = 2$ , 则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.



## 三、简答题 (本大题共 6 题, 第 19-22 题各 5 分, 第 23、24 各 6 分, 满分 32 分)

19. 计算:  $\frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{12}$ .

20. 计算:  $\frac{2}{b}\sqrt{ab^5} \cdot \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b}\right) \div \left(3\sqrt{\frac{b}{a}}\right) (b > 0)$ ;

21. 解方程:  $x(x-3) = 3-x$ .

22. 用配方法解方程:  $2x^2 - 3x - 6 = 0$ .

23. 已知正比例函数  $y = kx$  图象经过点  $(2, -4)$ .

(1) 求这个函数的解析式;

(2) 图象上两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 如果  $x_1 < x_2$ , 比较  $y_1, y_2$  的大小.

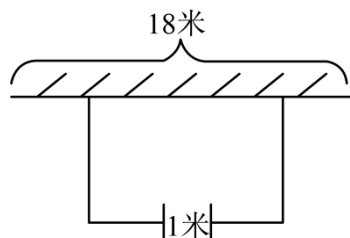
24. 已知一元二次方程  $(a-3)x^2 - 4x + 2 = 0$ .

(1) 若方程的一个根为  $x = -1$ , 求  $a$  的值;

(2) 若方程有实数根, 求满足条件的正整数  $a$  的值.

#### 四、解答题 (本大题共 2 题, 每题 8 分, 共 16 分)

25. 如图, 现有一个面积为 160 平方米的长方形养鸡场, 鸡场的一边靠墙 (墙长 18 米), 另三边用竹篱笆围成, 在与墙平行的一边, 开一扇 1 米宽的门. 如果竹篱笆的长为 35 米, 求这个长方形养鸡场与墙垂直的边长是多少? 与墙平行的边长是多少? (列方程解答)



26. 一根弹簧的长度为 10 厘米, 当弹簧受到  $x$  千克的拉力时 ( $x$  不超过 10), 弹簧的长度是  $y$  (厘米), 测得有关数据如下表所示:

|                  |            |            |            |            |     |
|------------------|------------|------------|------------|------------|-----|
| 拉力 $x$ (千克)      | 1          | 2          | 3          | 4          | ... |
| 弹簧的长度 $y$ ((厘米)) | $10 + 0.5$ | $10 + 1.0$ | $10 + 1.5$ | $10 + 2.0$ | ... |

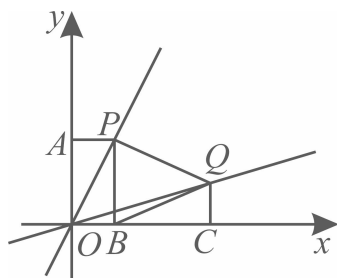
(1) 写出弹簧长度  $y$  (厘米) 关于拉力  $x$  (千克) 的函数解析式及函数的定义域

(2) 如果拉力是 10 千克, 那么弹簧长度是多少厘米?

(3) 当拉力是多少时, 弹簧长度是 13 厘米?

五、综合题（本大题共 10 分，第（1）小题 2 分，第（2）（3）每小题各 4 分）

27. 已知：如图，直线  $y = 2x$  上有一点  $P(2, a)$ ，直线  $y = kx$  ( $0 < k < 1$ ) 上有一点  $Q(b, 2)$ 。



- (1) 请直接写出点  $P$  和点  $Q$  的坐标（其中点  $Q$  的坐标用含  $k$  的代数式表示）：
- (2) 过点  $P$  分别作  $PA \perp y$  轴， $PB \perp x$  轴，过点  $Q$  分别作  $QC \perp x$  轴，如果  $\triangle OPQ$  的面积等于  $BPQ$  面积的两倍，请求出  $k$  的值
- (3) 在（2）的条件下，在直线  $y = 2x$  上是否存在点  $D$ ，使  $S_{\triangle OQD} = 12$ ？如果存在，请求出点  $D$  的坐标，如果不存在，请说明理由。