

239. 其中正确说法的个数有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

二、填空题 (12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 在实数: $-\sqrt{2}$, 3.14159 , $\sqrt[3]{27}$, π , $1.010010001\cdots$, $\frac{1}{3}$ 中, 无理数有_____个.

8. a 是 9 的算术平方根, b 是 8 立方根, 则 $a+b=$ _____.

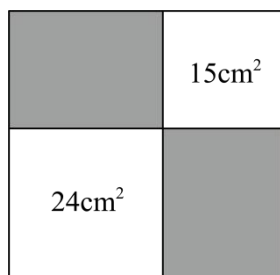
9. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ (填 “>”, “<” 或者 “=”).

10. 某正数的两个不相等的平方根分别是 $a-2$ 和 $18+a$, 则 a 的立方根为_____.

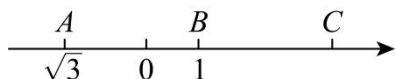
11. 若 $(a+\sqrt{2})^2$ 与 $\sqrt{b+1}$ 互为相反数, 则 $\frac{b}{a}$ 的值是_____.

12. 已知 $\sqrt[3]{2.019} \approx 1.2639$, $\sqrt[3]{20.19} \approx 2.7230$, 则 $\sqrt[3]{-0.002019} \approx$ _____.

13. 如图, 从大正方形中裁去面积为 15cm^2 和 24cm^2 的两个小正方形, 则阴影面积是_____.



14. 如图, 在数轴上, A 、 B 对应的实数分别为 $-\sqrt{3}$ 和 1, 且 $AB=BC$, 则点 C 所对应的数为_____.



15. 已知 $8-\sqrt{15}$ 小数部分是 m , $8+\sqrt{15}$ 小数部分是 n , 且 $(x-1)^2 = m+n$, 则 $x=$ _____.

16. 对于任意的正数 m 、 n 定义运算 $\ast$, $m \ast n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} & (m > n) \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} & (m < n) \end{cases}$, 计算 $(3 \ast 2) \times (8 \ast 12)$ 的结果为_____.

17. 若 m 满足关系式 $\sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = \sqrt{1-x-y} \cdot \sqrt{x-1+y}$, 则 $m=$ _____.

18. 观察下列各式: $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{1+3}=2$, $\sqrt{1+3+5}=3$, $\sqrt{1+3+5+7}=4$, $\sqrt{1+3+5+7+9}=5$; 已

知 n 为正整数, $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\cdots+(2n-1)}=$ _____.

三、解答题 (7 小题, 共 64 分)

19. 计算

$$(1) \sqrt{12} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} - 9\sqrt{\frac{1}{27}};$$

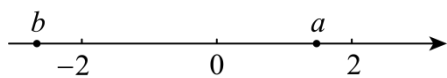
$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{27a^3} - a^2\sqrt{\frac{3}{a}} + 3a\sqrt{\frac{a}{3}} - \frac{4}{3}\sqrt{108a}$$

$$(3) 12\sqrt{a^2b^3} \div \frac{3}{2}\sqrt{a^3b} \times \sqrt{\frac{a^3}{b}}$$

20 解方程: $27 + (1-2x)^3 = 0$;

21. 已知 $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 求 $x^2 + y^2 + xy$ 的值.

22. 实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示, $M = \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(b-2)^2} + \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{b^2}$.



(1) 化简 M ;

(2) 当 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = -\sqrt{3}$ 时, 求 M 的值.

23. 已知 m 是实数, 且 $m + 2\sqrt{2}$ 和 $\frac{1}{m} - 2\sqrt{2}$ 都是整数, 那么 m 的值是_____.

24. 若 a, b, c 为实数, 且满足 $a+b+c = 2\sqrt{a+1} + 4\sqrt{b+1} + 6\sqrt{c-2} - 14$, 求 $\sqrt{ab+bc+ca+3}$ 的值为__.

25. 我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 此公式与古希腊几何学家海伦提出的公式如出一辙, 即三角形的三边长分别为 a, b, c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 则其面积

$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 这个公式也被称为海伦-秦九韶公式.

(1) 当三角形的三边 $a=3$, $b=5$, $c=6$ 时, 请你利用公式计算出三角形的面积;

(2) 一个三角形的三边长依次为 $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, 请求出三角形的面积;

(3) 若 $p=8$, $a=4$, 求此时三角形面积的最大值.

26. 请你观察下列式子的特点, 并直接写出结果:

$$(1) \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(3) $\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\rule{1cm}{0.4pt};$

根据你的阅读回答下列问题:

(4) 请根据上面式子的规律填空:

$$\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}=\rule{1cm}{0.4pt}=\rule{1cm}{0.4pt} \quad (n \text{ 为正整数});$$

(5) 请直接写出下列式子的结果

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}=\rule{1cm}{0.4pt}.$$