

2024 学年第一学期期中质量调研八年级数学学科试卷

(试卷满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列关于 x 的方程中一定有实数解的是 ()

A. $x^2 - x + 1 = 0$

B. $x^2 - mx - 1 = 0$

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

D. $x^2 - x - m = 0$

2. 下列各式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

C. $\sqrt{a^2 + 4a^4}$

D. $\sqrt{a^2 - b^2}$

3. 下列从左到右的变形不一定正确的是 ()

A. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{ab}$

B. $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}}$

C. $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

D. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

4. $\sqrt{4x-4y}$ 的一个有理化因式是 ()

A. $\sqrt{x+y}$

B. $\sqrt{x-y}$

C. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

D. $\sqrt{x} - \sqrt{y}$

5. 已知 $x = -1$ 是一元二次方程 $x^2 - k^2x + k - 3 = 0$ 的一个解, 则 k 的值是 ()

A. -2 或 1

B. 0

C. 0 或 1

D. 0 或 -1

6. 某超市一月份的营业额为 200 万元, 第一季度的营业额共 1000 万元, 如果平均每月增长率为 x , 则由题意列方程应为 ()

A. $200(1+x)^2 = 1000$

B. $200 + 200 \times 2 \cdot x = 1000$

C. $200 + 200 \times 3 \cdot x = 1000$

D. $200[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1000$

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 若二次根式 $\sqrt{1+3x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

8. 分母有理化: $\frac{2}{\sqrt{3}-2} =$ _____;

9. 设 a 、 b 、 c 分别是三角形三边的长, 则 $\sqrt{(a-b-c)^2} + \sqrt{(b-c-a)^2} =$ _____.

10. 化简: $x\sqrt{-\frac{1}{12x^3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

11. 若最简二次根式 $\sqrt{2x+3}$ 和 $\sqrt{9-x}$ 是同类二次根式, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 方程 $x(x+3) = x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 4x + 2 = 0$ 无实数根, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 不等式 $x - 3\sqrt{2} > \sqrt{2}x$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若 x, y 为实数, $(\sqrt{x+y})(\sqrt{x+y}-5) = 6$, 则 $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 3xy - 2y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 某型号的手机原来每台售价 800 元, 经过两次降价, 且每次降价的百分率相同, 现在每台售价为 578 元, 则每次降价的百分率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 定义: 如果两个一元二次方程分别有两个实数根, 且至少有一个公共根, 那么称这两个方程互为“联根方程”. 已知关于 x 的两个一元二次方程 $x^2 - (2+a)x + 2a = 0$ 和 $(a-1)x^2 - a^2x - a + 2 = 0$ 互为联根方程, 那么 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 58 分)

19. 计算: $\frac{1}{3}\sqrt{27} - \frac{1}{2}(\sqrt{12} - \sqrt{48})$.

20. 计算: $\frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$.

21. 用公式法解方程: $x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 = 0$.

22. 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$

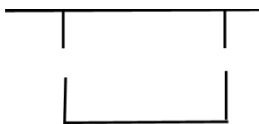
23. 当 $a = \frac{2}{3}$, 化简代数式 $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + \sqrt{\frac{a^2+1}{a}} - 2$, 并求值.

24. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 方程的其中的一个根为 -1 , 求方程的另一个根.

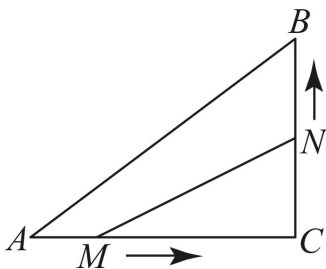
25. 某小区居委会为了方便居民的电瓶车充电, 准备利用一边靠墙 (墙长 15 米) 的空旷场地利用栅栏围城一个面积为 80 平方米的电瓶车充电区, 如图, 为了方便进出, 在两边空出两个宽各为 2.5 米的出入口, 一共用去栅栏 21 米, 请问长方形的充电区的相邻两边长分别是多少米?



解：设这个长方形电瓶车充电区垂直于墙的一边是 x 米，平行于墙的一边为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 米.

根据题意得：(完成填空后继续解题)

26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 16\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，动点 M 、 N 分别从点 A 和点 C 同时开始移动，点 M 的速度为 2cm/秒 ，点 N 的速度为 3cm/秒 ，点 M 移动到点 C 后停止，点 N 移动到点 B 后停止. 问经过几秒钟， $\triangle MCN$ 的面积为 36cm^2 ？



27. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根均为整数，则称方程为“快乐方程”. 通过计算

发现，任何一个“快乐方程”的判别式 $b^2 - 4ac$ 一定为完全平方数. 现规定 $F(a, b, c) = \frac{4ac - b^2}{4a}$ 为该“快乐

方程”的“快乐数”. 例如“快乐方程” $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两根均为整数，其“快乐

数” $F(1, -3, -4) = \frac{4 \times 1 \times (-4) - (-3)^2}{4 \times 1} = -\frac{25}{4}$.

(1) “快乐方程” $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的“快乐数”为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ (m 为整数，且 $1 < m < 6$) 是“快乐方程”，求 m 的值，并求该方程的“快乐数”.