

2024 学年第一学期初二年级数学期末考试试卷

(测试时间 90 分钟 满分 100+20 分)

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 若正比例函数 $y = mx$ 的图像经过第二、四象限, 则 ()

- A. $m \geq 0$ B. $m > 0$ C. $m \leq 0$ D. $m < 0$

2. 下列二次根式中与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式是 ()

- A. $\sqrt{9}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{0.3}$ D. $\sqrt{18}$

3. 下列关于 x 的方程说法正确的是 ()

A. $x^2 = -x$ 没有实数根

B. $x^2 + 1 = 0$ 有实数根

C. $4x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个相等的实数根

D. $x^2 - mx - 2 = 0$ (其中 m 是实数) 一定有实数根

4. 下列函数中, y 随 x 的增大而减小的是 ()

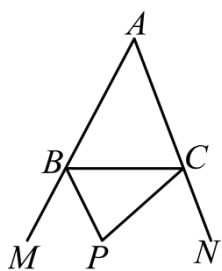
A. $y = 2x$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = -2x$

D. $y = -\frac{2}{x}$

5. 如图, BP 平分 $\angle MBC$, CP 平分 $\angle BCN$, 下列结论正确的是 ()



A. $\angle MBP = \angle P$

B. $BP \parallel AN$

C. 若连接 AP , 则被 BC 平分

D. 点 P 到 AM 与到 AN 的距离相等

6. 下列说法正确的是 ()

A. 命题一定有逆命题

B. 所有的定理一定有逆定理

C. 真命题的逆命题一定是真命题

D. 假命题的逆命题一定是假命题

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$ 的定义域是_____.

8. 已知 $a < 0$, 化简: $\sqrt{a^2 b} =$ _____.

9. 分母有理化: $\frac{1}{2-\sqrt{3}} =$ _____.

10. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 2x - 1 =$ _____.

11. 如果反比例函数的图像经过点 $A(2024, -2025)$ 、 $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2 < 0$, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (填 “>”, “<” 或 “=”)

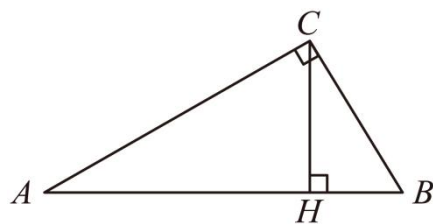
12. 某件商品原价为 200 元, 经过两次促销降价后的价格为 128 元, 如果连续两次降价的百分率相同, 设两次降价的百分率都是 x , 那么可以列出方程_____.

13. 若点 P 在 x 轴上, 点 A 坐标是 $(2, -1)$, 且 $PA = \sqrt{5}$ 则点 P 的坐标是_____.

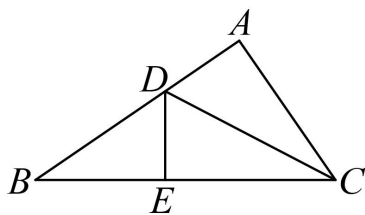
14. 过已知点 A 且半径为 3 厘米的圆的圆心的轨迹是_____.

15. 命题 “一边上的中线是这边的一半的三角形一定是直角三角形” 是_____. (填 “真命题” 或 “假命题”)

16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 4$, $CH \perp AB$ 于 H , 如果 $CH = \frac{1}{2}AC$, 那么 $BH =$ _____.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, $DE \perp BC$, 垂足为点 E , $AD = DE$, $\angle B = 32^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.



18. 我们规定：在四边形 $ABCD$ 中， O 是边 BC 上的一点. 如果 $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 全等，那么点 O 叫做该四边形的“等形点”. 在四边形 $EFGH$ 中， $\angle EFG = 90^\circ$ ， $EF \parallel GH$ ， $EF = 1$ ， $FG = 3$ ，如果该四边形的“等形点”在边 FG 上，那么四边形 $EFGH$ 的周长是_____.

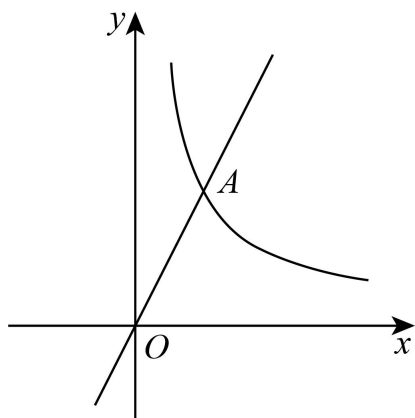
三、解答题（本大题共 8 题，满分 58 分）

19. 计算： $\frac{2x}{3}\sqrt{18x} + x^2\sqrt{\frac{2}{x}} + 6x\sqrt{\frac{x}{8}}$.

20. 解方程： $(x+1)(x-3) = 5$.

21. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根，试判断关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + m(m+1) = 0$ 的根的情况.

22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y = 2x$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像交于点 A ，点 A 的纵坐标为 4.



(1) 求反比例函数解析式；

(2) 点 B 在反比例函数的图像上，且在点 A 右侧，过点 B 作 $BC \parallel y$ 轴交正比例函数的图像于点 C ，如果 $\triangle OBC$ 的面积是 12，求点 B 的坐标.

23 综合与实践

问题情境：小莹妈妈的花卉超市以 15 元/盆的价格新购进了某种盆栽花卉，为了确定售价，小莹帮妈妈调查了附近 A ， B ， C ， D ， E 五家花卉店近期该种盆栽花卉的售价与日销售量情况，记录如表 1：

表 1

	售价 (元/盆)	日销售量 (盆)
A	20	50
B	30	30

C	18	54
D	22	46
E	26	38

表 2

售价 (元/盆)					
日销售量 (盆)					

数据整理

(1) 请将以上调查数据按照一定顺序重新整理, 填写在表 2 中:

模型建立

(2) 根据上表中的数据, 请判断 $y = kx$ 、 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = kx + b$ (k, b 为常数) 哪一个能正确反映日销售量 y 与售价 x 的函数关系? 并求出 y 关于 x 的表达式;

拓广应用

(3) 根据以上信息, 小莹妈妈在销售该种花卉中,

①若售价定为 20 元一盆, 则每天的利润可以达到多少?

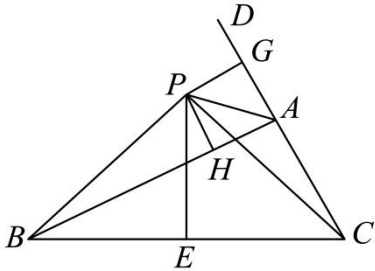
②要想每天获得 400 元的利润, 且售价不可以超过题目中所提到的五家花店售价的最高价, 应如何定价?

24. 本学期, 我们学习了勾股定理, 勾股定理的提出可以追溯到三千多年前的周朝, 当时商高提出了“勾三股四弦五”的特例. 中国古代的数学家们不仅很早就发现并应用勾股定理, 而且很早就尝试对勾股定理作理论的证明. 最早对勾股定理进行证明的, 是三国时期吴国的数学家赵爽. 赵爽创制了一幅“勾股圆方图”, 用形数结合得到方法, 给出了勾股定理的详细证明. 目前已知的勾股定理的证明方法约有 500 多种.

(1) 请写出勾股定理的内容_____.

(2) 请写出一种勾股定理的证明方法.

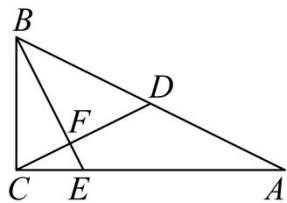
25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, PE 垂直平分边 BC , 交 BC 于点 E , AP 平分 $\angle BAC$ 的外角 $\angle BAD$, $PG \perp AD$, 垂足为点 G , $PH \perp AB$, 垂足为点 H .



(1) 求证: $\angle PBH = \angle PCG$;

(2) 若 $\angle BAC = 90^\circ$, 求证: $BC = 2PE$.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 过点 B 作 $\angle CBE = \angle A$, BE 与射线 CA 相交于点 E , 与射线 CD 相交于点 F .



(1) 如图, 当点 E 在线段 CA 上时, 求证: $BE \perp CD$;

(2) 若 $BE = CD$, 那么线段 AC 与 BC 之间具有怎样的数量关系? 并证明你所得到的结论;

(3) 若 $\triangle BDF$ 是等腰三角形, 求 $\angle A$ 的度数.

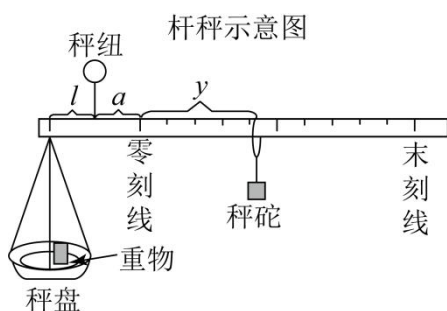
四、附加题:

27. 【综合与实践】

有言道: “杆秤一头称起人间生计, 一头称起天地良心”. 某兴趣小组将利用物理学中杠杆原理制作简易杆秤. 小组先设计方案, 然后动手制作, 再结合实际进行调试, 请完成下列方案设计中的任务.

【知识背景】如图, 称重物时, 移动秤砣可使杆秤平衡, 根据杠杆原理推导得: $(m_0 + m) \cdot l = M \cdot (a + y)$.

其中秤盘质量 m_0 克, 重物质量 m 克, 秤砣质量 M 克, 秤纽与秤盘的水平距离为 l 厘米, 秤纽与零刻线的水平距离为 a 厘米, 秤砣与零刻线的水平距离为 y 厘米.



【方案设计】

目标: 设计简易杆秤. 设定 $m_0 = 10$, $M = 50$, 最大可称重物质量为 1000 克, 零刻线与末刻线的距离定为 50 厘米.

任务一: 确定 l 和 a 的值.

(1) 当秤盘不放重物, 秤砣在零刻线时, 杆秤平衡, 请列出关于 l , a 的方程;

(2) 当秤盘放入质量为 1000 克的重物, 秤砣从零刻线移至末刻线时, 杆秤平衡, 请列出关于 l , a 的方程;

(3) 根据 (1) 和 (2) 所列方程, 求出 l 和 a 的值.

任务二：确定刻线的位置.

(4) 根据任务一，求 y 关于 m 的函数解析式；

(5) 从零刻线开始，每隔 100 克在秤杆上找到对应刻线，请写出相邻刻线间的距离.

28. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 M 、 N 在边 BC 上，满足 $\angle MAN = 45^\circ$ ，那么线段 BM 、 MN 、 NC 是否有可能使等式 $MN^2 = BM^2 + NC^2$ 成立？如果成立，请证明；如果不成立，请说明理由.

