

华二金山实验学校 2025 学年度第一学期 9 月素质评估

初二数学学科

考试时间：100 分钟； 满分：150

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2. 请将答案正确填写在答题卡上

一、单选题（每题 4 分，共 24 分）

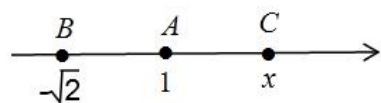
1. 下列是无理数的是（ ）

- A. $\sqrt{4}$ B. 0.1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi}{\pi}$

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt{-8} = -2$ C. $-\sqrt[3]{27} = -3$ D. $\sqrt[3]{16} = 4$

3. 在如图的数轴上，点 B 与点 C 到点 A 的距离相等， A 、 B 两点对应的实数分别是 1， $-\sqrt{2}$ ，则点 C 对应的实数是（ ）



- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2+\sqrt{2}$ D. $2+2\sqrt{2}$

4. 关于 x 的方程 $(a+1)x^{a^2+1} - 3x - 1 = 0$ 是一元二次方程，则 a 的值是（ ）

- A. $a = \pm 1$ B. $a = -1$ C. $a = 1$ D. $a = 0$

5. 已知 $\sqrt{6} < a < \sqrt{18}$ ，则满足条件的所有整数 a 的和为（ ）

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. 二次根式除法可以这样解：如 $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 7+4\sqrt{3}$ 。像这样通过分子、分母同乘以一个式子把分母中的根号化去或把根号中的分母化去，叫分母有理化，判断下列选项正确的是（ ）

①若 a 是 $\sqrt{2}$ 的小数部分，则 $\frac{3}{a}$ 的值为 $\sqrt{2} + 1$ ；

②比较两个二次根式的大小 $\frac{1}{\sqrt{6}-2} > \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ；

③计算 $\frac{2}{3+\sqrt{3}} + \frac{2}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{2}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$;

④对于式子 $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$, 对它的分子分母同时乘以 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{5}$ 或 $7-2\sqrt{10}$, 均不能对其分母有理化;

⑤设实数 x, y 满足 $(x+\sqrt{x^2+2024})(y+\sqrt{y^2+2024})=2024$, 则 $(x+y)^2+2024=2024$;

⑥若 $x = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$, $y = \frac{1}{x}$, 且 $19x^2+123xy+19y^2=1985$, 则正整数 $n=2$.

A. ①④⑤

B. ②③④

C. ②④⑤⑥

D. ②④⑥

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 比较大小: $\sqrt{18}$ _____ π (填“<”“>”或“=”).

8. 一元二次方程 $2x^2-x-3=0$ 的二次项系数是_____.

9. 若式子 $\sqrt{2x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

10. 已知一个正数的两个平方根分别是 $x-1$ 和 $3x+5$, 则 x 的值为_____.

11. 清代袁枚的一首诗苔中的诗句“白日不到处, 青春恰自来. 苔花如米小, 也学牡丹开”若苔花的花粉直径约为米 0.0000084, 则数据 0.0000084 用科学记数法表示为_____.

12. 已知: $y = \sqrt{x-7} + \sqrt{7-x} + 9$, 则 $x =$ ____, $y =$ ____.

13. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是_____.

14. 已知最简二次根式 $\sqrt{x-1}$ 与二次根式 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式, 则 $x =$ _____.

15. 已知 m 是方程 $2x^2-x-1=0$ 的根, 则代数式 $2022-6m^2+3m$ 的值为_____.

16. 若 $(a-2)^2 + \sqrt{b+1} = 0$, 则 $a-b =$ _____.

17. 《见微知著》谈到: 从一个简单的经典问题出发, 从特殊到一般, 由简单到复杂, 从部分到整体, 由低维到高维, 知识与方法上的类比是探索发展的重要途径, 是思想阀门发现新问题、新结论的重要方法.

例如, 已知 $ab=1$, 求 $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}$ 的值.

解: $\because ab=1, \therefore a^2b^2=1, \therefore$ 原式 $= \frac{a^2b^2}{a^2b^2+a^2} + \frac{1}{1+b^2} = \frac{b^2}{b^2+1} + \frac{1}{1+b^2} = 1$

波利亚在《怎样解题》中指出: “当你找到第一个藤菇或作出第一个发现后, 再四处看看, 他们总是成群生长”.

请类比以上方法解答：已知 $ab=1$ ，求得 $\frac{2019}{1+a^{2019}} + \frac{2019}{1+b^{2019}}$ 的结果是_____.

18. 中国古代大数学家张丘建在其著作《张丘建算经》三卷中，用开方法解决了求自然数算术平方根的近似值问题. 即若设自然数为 N ，它的算术平方根的整数部分为 a ，则 $\sqrt{N} \approx a + \frac{N-a^2}{2a+1}$. 按照上述取近似值的方法， $\sqrt{10} \approx$ _____ (精确到 0.001)

三、解答题 (共 78 分)

19. 计算：

(1) $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 2\sqrt{3}$ ；

(2) $\sqrt{25} - (2024 - \sqrt{2023})^0 + \sqrt[3]{-27}$.

20. (1) 计算： $\sqrt{45} \div \sqrt{5} - \sqrt{(-5)^2}$

(2) 若 $-2 \leq a \leq 2$ ，化简 $\sqrt{(5-2a)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$.

21. (1) 解方程组：
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

(2) 解不等式： $2\sqrt{2}x + 2 > 3x$.

22. 已知 $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ，求代数式 $x^2 + 3xy + y^2$ 的值.

23. 高空抛物极其危险，是我们必须杜绝的行为. 据研究，高空抛物下落的时间 t (单位：s) 和高度 h (单位：m) 近似满足公式 $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$ (不考虑风速的影响).

(1) 求从 40m 高空抛物到落地时间；

(2) 小明说从 80m 高空抛物到落地时间是 (1) 中所求时间的 2 倍，他说法正确吗？如果不正确，请说明理由.

24. 定义：若 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = c$ ， c 是有理数，则称 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 是关于 c 的“美好数”例

如： $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 1$ ，则称 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 是关于 1 的“美好数”.

(1) $2 + \sqrt{3}$ 关于 1 的“美好数”是_____；

(2) 化简： $\frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{19} + \sqrt{21}}$ ；

(3) 若 y 是 $\sqrt{10}-1$ 关于 9 的“美好数”，请直接写出 $4y^2-8y+2025$ 的值.

25. 著名数学教育家 G·波利亚有句名言：“发现问题比解决问题更重要”，这句话启发我们：要想学会数学，就需要观察，发现问题，探索问题的规律性东西，要有一双敏锐的眼睛. 请先阅读下列材料：

数学上有一种根号内又带根号的数. 形如 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ ，如果你能找到两个数 m 、 n ，使 $m^2 + n^2 = a$ ，且

$mn = \sqrt{b}$ ，则 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ 可变形为 $\sqrt{m^2 + n^2 \pm 2mn} = \sqrt{(m \pm n)^2} = |m \pm n|$ ，从而达到化去一层根号的目的，

例如： $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2 \times 1 \times \sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$.

解决问题：

(1) 根据上述思路，试将 $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ 予以化简；

(2) 根据上述思路，化简并求出 $\sqrt{52-14\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 的值；

(3) 当 $1 \leq x \leq 2$ 时，化简 $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.