

2025 学年第一学期期末学生学习能力诊断练习八年级数学试卷

说明:

1. 本试卷含四个大题, 共 26 题;
2. 答题时, 请按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{2}$ 同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{18}$ C. $\sqrt{24}$ D. $\sqrt{30}$

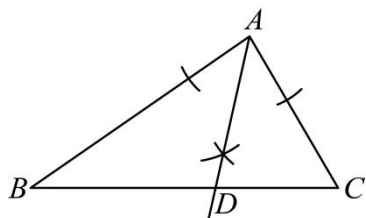
2. 式子 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > -2$ B. $x \geq -2$ C. $x < -2$ D. $x \leq -2$

3. 方程 $(x+2025)^2 = -1$ 的根的情况是 ()

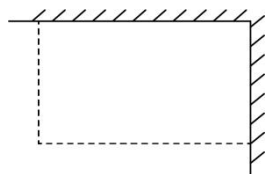
- A. 只有一个实数根 B. 没有实数根
C. 有两个不相等的实数根 D. 有两个相等的实数根

4. 观察如图所示的尺规作图痕迹, 则线段 AD 是 $\triangle ABC$ 的 ()



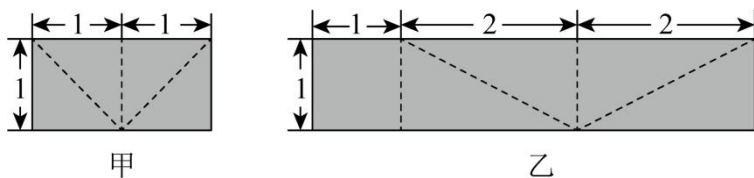
- A. 中线 B. 高线 C. 中垂线 D. 角平分线

5. 用总长为 6 米的篱笆, 在两边都足够长的直角围墙的一角, 围出一块 8 平方米的长方形, 如图所示. 设长方形的一边长为 x 米, 根据题意可列方程 ()



- A. $6(1+x^2) = 8$ B. $6(1+x)^2 = 8$
C. $x(6-x) = 8$ D. $x(6+x) = 8$

6. 如图是甲、乙两张不同的纸片, 将它们分别沿着虚线剪开后, 各自要拼一个与原来面积相等的正方形, 则 ()



- A. 甲、乙都可以 B. 甲、乙都不可以
- C. 甲不可以，乙可以 D. 甲可以，乙不可以

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7.25 的算术平方根是_____.

8. 已知 $b > 0$ ，化简 $\sqrt{45ab^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 若一个长方形的长为 $2\sqrt{3}$ ，宽为 $\sqrt{6}$ ，则这个长方形的面积为_____.

10. 稀土是我国重要的战略矿产资源. 2025 年我国预期新增稀土资源量 4960000 吨. 这个数据用科学记数法表示为_____.

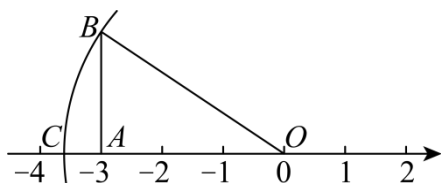
11. 一元二次方程 $x^2=4x$ 的根是 .

12. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 6x + 7 =$ _____.

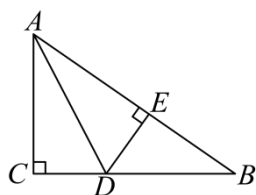
13. 《九章算术》之“均输篇”中记载了中国古代的“运粟之法”：今有一批公粮，需运往距出发地 420km 的储粮站，若运输这批公粮比原计划每日多行 10km，则提前 1 日到达储粮站．设运输这批公粮原计划每日行 x km，则根据题意列出方程_____．

14. 一个直角三角形斜边上的中线长度为 5, 则斜边的长度为_____.

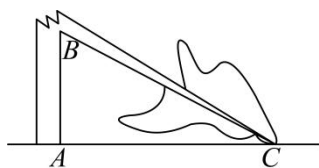
15. 利用勾股定理可以作出长为无理数的线段，如图，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $\angle BAO = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ，点 A 恰好落在数轴上表示 -3 的点上，以原点 O 为圆心， OB 的长为半径画弧交数轴于点 C ，使点 C 落在点 A 的左侧，则点 C 所表示的数是_____。



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于点 E , 如果 $\triangle BDE$ 的周长为 12cm , AC 长为 4cm , 则 $\triangle ABC$ 的周长为 $\quad\quad\quad\text{cm}$.



17. 如图，一棵树（树干与地面垂直）原来高10m，在一次强台风中树被强风折断，倒下后的树顶C与树根A的距离AC为6m，则这棵树断裂处点B离地面的高度AB的长为_____m.



18. 定义：连接三角形的一个顶点和其对边上一点，若所得线段能将该三角形分割成两个等腰三角形，则称该线段为原三角形的“双等线”. 例如：任意直角三角形斜边上的中线就是一条过直角顶点的“双等线”. 问题解决：已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ，如果 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中存在过锐角顶点的“双等线”，则 BC 的长为_____.

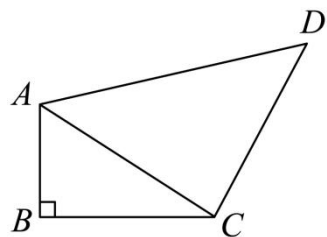
三、解答题（本题共5小题，每小题6分，满分30分）

19. 计算： $\frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{12}$.

20. 用配方法解方程： $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0$

21. 解方程： $\frac{x-10}{x^2-4} + 1 = \frac{3}{x+2}$.

22. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ， $CD = 2\sqrt{5}$ ， $AD = 2\sqrt{10}$.



(1) 求 AC 的长；

(2) 求四边形 $ABCD$ 的面积.

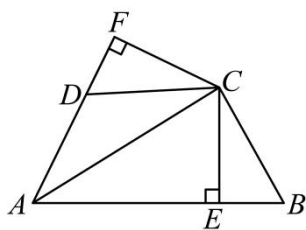
23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$.

(1) 若方程有两个不相等的实数根，求实数 m 的取值范围；

(2) 若方程的两实数根分别为 x_1 和 x_2 ，且满足 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 0$ ，求实数 m 的值.

四、解答题（本题共3题，满分28分）

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC = CD$ ，过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ， $CF \perp AD$ 于 F 且 $DF = BE$.



- (1) 求证: AC 平分 $\angle DAB$;
- (2) 求证: $AB + AD = 2AE$.

25. 根据以下素材, 完成探索任务.

情景	制定芯片生产线扩张方案.
素材一	2025 年储存芯片成为了全球稀缺商品. 某芯片公司引进了一条储存芯片生产线. 开工第一季度生产 200 万个, 第三季度生产 288 万个.
素材二	经调查发现, 一条生产线最大满负荷产能是 300 万个/季度, 若每增加 1 条生产线, 每条生产线的最大产能将减少 20 万个/季度.
问题解决	
任务一	根据素材一, 若该生产线每季度生产量的增长率相等, 求第一季度到第三季度生产量的每季度增长率.
任务二	根据素材二, 为迎接 2026 年的储存芯片需求, 需要增加生产线, 现该公司要保证每季度生产储存芯片最大总产能达到 1200 万个, 在增加产能同时要节省投入成本的条件下 (生产线越多, 投入成本越大), 请你为该公司决定应该增加多少条生产线.

26. 【问题背景】 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = \alpha$ ($\alpha < 45^\circ$), 点 D 是 AB 边的中点, 点 E 是 BC 边上动点 (不与点 B 、点 C 重合), 连接 DE , 将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转 2α (即 $\angle EDF = 2\angle B$), 得到线段 DF , 连接 BF .

【研究特例】

(1) 如图 1, 若点 F 刚好落在 BC 边上.

①求证: $DF \perp AB$;

②求证: 线段 AC , BE , BF 满足等量关系: $BF^2 = AC^2 + BE^2$.

【问归一般】

(2) 探究: 如图 2 当点 F 落在 ABC 外部时, 是否依然成立 $BF^2 = AC^2 + BE^2$, 请证明你的结论.

